

[Theses and Dissertations](#)

[Student Graduate Works](#)

3-1999

A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of Two Parameter Gamma Distributions with Known Shape Based on Skewness and Q-statistic

Jae Suk Park

Follow this and additional works at: <https://scholar.afit.edu/etd>

 Part of the Statistical Methodology Commons

Recommended Citation

Park, Jae Suk, "A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of Two Parameter Gamma Distributions with Known Shape Based on Skewness and Q-statistic" (1999). *Theses and Dissertations*. 5308.

<https://scholar.afit.edu/etd/5308>

This Thesis is brought to you for free and open access by the Student Graduate Works at AFIT Scholar. It has been accepted for inclusion in Theses and Dissertations by an authorized administrator of AFIT Scholar. For more information, please contact AFIT.ENWL.Repository@us.af.mil.

AFIT/GOR/ENC/99M-03

A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of
Two Parameter Gamma Distributions with
Known Shape Based on Skewness and Q-statistic

THESIS

JAE SUK PARK
Major ROKAF

AFIT/GOR/ENC/99M-03

Approved for public release; distribution unlimited

19990409 006

DTIC QUALITY INSPECTED 2

AFIT/GOR/ENC/99M-03

**A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of Two Parameter
Gamma Distributions with Known Shape Based on Skewness and Q-statistic**

THESIS

**Presented to the Faculty of the School of Engineering
Of the Air Force Institute of Technology
Air University
In Partial Fulfillment of the Requirements
For the Degree of Master of Science**

Jae Suk Park, B.S.

Major ROKAF

March, 1999

**A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of Two Parameter
Gamma Distributions with Known Shape Based on Skewness and Q-statistic**

Jae Suk Park, B.S.

Major ROKAF

Approved:

John S. Crown
Maj. John S. Crown PhD.

2/18/99
Date

Thesis Advisor

J. O. Miller
LtCol J. O. Miller PhD.

2/18/99
Date

Committee Member

Albert H. Moore
Dr. A. H. Moore

2/18/99
Date

Committee Member

Preface

This thesis developed a goodness-of-fit test technique for the gamma distribution employing a sequential procedure. A comprehensive power study is proposed to evaluate the effectiveness of the sequential test.

I wish to express my sincere appreciation to my thesis advisor, Maj. John S. Crown who made valuable suggestions for improvements in my thesis. He also helped and led me during this thesis effort with his great experience in statistics and goodness-of-fit techniques. I also would like to thank my readers, Dr. Albert. H. Moore and Lt.Col. J. O. Miller, whose practical feedback facilitated my thesis substantially.

I want to say thanks to all my classmates and especially to my best friend, Tibet Memis from Turkey, because he was with me all the time and encouraged me greatly. I will be forever grateful to my country because of giving me an opportunity for studying in AFIT.

I am most indebted to my wife, Mee Jung, and my son, Jun Young, for their faithful love, patient understanding, and consistent prayer support over the course of this effort. Also I would like to thank to my brother, Jae Hoon, for his support. They encouraged me as much as possible.

Finally, I would like to dedicate this thesis to my father, Gil So Park, who passed away just before my graduation from AFIT. I will never forget his support from thousands of miles away.

Jae Suk Park

Table of Contents

	Page
Preface	iii
List of Figures	viii
List of Tables	ix
Abstract	xvii
I. INTRODUCTION	1-1
1.1 Background	1-1
1.2 Goodness-of-Fit Tests	1-2
1.3 Objective	1-3
II. LITERATURE REVIEW	2-1
2.1 Gamma Distribution	2-1
2.2 Parameter Estimation	2-3
2.2.1 Four Properties of an Estimator	2-4
2.2.2 The Method of Moments	2-5
2.2.3 Method of Maximum Likelihood	2-6
2.3 Skewness and Kurtosis	2-9
2.4 Q-statistic	2-11
2.5 Goodness-Of-Fit Tests	2-11
2.5.1 Chi-square Test	2-13
2.5.2 Empirical Distribution Function (EDF) Tests.....	2-14
2.5.3 Sequential Tests	2-16
2.6 Conclusion	2-17

III.	METHODOLOGY	3-1
3.1	Introduction	3-1
3.2	Calculation of Critical Values	3-1
3.2.1	Random Deviate Generation	3-1
3.2.2	Plotting Positions	3-2
3.2.3	Monte Carlo Procedure	3-5
3.2.3.1	Monte Carlo Simulation Method	3-5
3.2.3.2	Monte Carlo Simulation Algorithm	3-6
3.3	Attained Significance Levels	3-8
3.3.1	Outline	3-8
3.3.2	Algorithm for significance level	3-9
3.4	Basic Statement for the Sequential Tests	3-12
3.4.1	Skewness Test	3-12
3.4.2	Q-statistic Test	3-13
3.4.3	Sequential Test	3-13
3.5	Power Study	3-14
3.5.1	Monte Carlo Procedure	3-15
3.5.2	Alternate Distributions	3-16
3.5.3	Implementation	3-18
3.6	Verification	3-18
IV.	RESULTS AND ANALYSIS	4-1
4.1	Joint Distribution of Skewness and Q-statistic	4-1
4.2	Critical Values	4-6
4.2.1	Application of Critical Values	4-6
4.2.2	Observation of Critical Values	4-7
4.3	Attained Significance Levels	4-14
4.3.1	Introduction	4-14
4.3.2	Application of Attained Significance Levels	4-14

4.4	Power Study	4-17
4.4.1	Introduction	4-17
4.4.2	Sequential Test Power Study	4-17
4.4.2.1	Sequential Test versus Vivian's Alternatives	4-17
4.4.2.2	Sequential Test versus Ozmen's Alternatives.....	4-30
4.4.2.3	Power Study Differences	4-39
4.4.3	Individual Skewness and Q-statistic Test Power Study	4-41
4.4.4	Directional Skewness and Q-statistic Test Power Study	4-46
4.5	Conclusion	4-48
V. CONCLUSION AND RECOMMENDATIONS		5-1
5.1	Conclusion	5-1
5.2	Recommendations	5-4
Appendix A. Critical Values		A-1
Appendix B. Attained Significance Levels		B-1
Appendix C. Sequential Test Power Study		C-1
Appendix D. Individual Skewness and Q-statistic Test Power Results		D-1
D.1	Skewness Test Results	D-1
D.2	Q-statistic Test Results	D-5
Appendix E. Directional Skewness and Q-statistic Test Power Results		E-1
E.1	Skewness Test Results	E-1
E.2	Q-statistic Test Results	E-4

Appendix F. MATLAB Code	F-1
F.1 Critical Values	F-1
F.2 Significance Level	F-3
F.3 Sequential Test	F-5
F.4.1 Individual Skewness Test	F-8
F.4.2 Individual Q-statistic Test	F-10
F.5.1 Directional Skewness Test	F-12
F.5.2 Directional Q-statistic Test	F-14
Bibliography	BIB-1
Vita	Vita-1

List of Figures

Figure	Page
2.1 Gamma pdf $\beta = 1$ with varied shape parameter α	2-2
3.1 Algorithm for Critical Values	3-7
3.2 Algorithm for Attained Significance Levels	3-10
4.1 Joint Distribution for Shape = 0.5	4-2
4.2 Joint Distribution for Shape = 1.0	4-3
4.3 Joint Distribution for Shape = 2.0	4-4
4.4 Joint Distribution for Shape = 4.0	4-5
4.5 Critical Value (Skewness)	4-9
4.6 Critical Value (Q-statistic)	4-11
4.7 Variance of Q-statistic	4-13
4.8 Sequential Test Power (Significance Level 0.05)	4-40
4.9 Sequential Test Power (Significance Level 0.1)	4-40
4.10 Q-statistic Mean (Gamma Distribution)	4-45
4.10 Skewness Mean (Gamma Distribution)	4-45

List of Tables

Table	Page
3.1 Comparison of Plotting Position	3-4
3.2 MATLAB Random Variate Generators Function	3-7
3.3 Moments of Alternate Distributions	3-18
3.4 One-sided Tests	3-19
3.5 Summary of Power Study	3-20
4.1 Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 0.5	4-7
4.2 Skewness Upper Tail Critical Values Shape = 0.5	4-8
4.3 Attained Significance Levels Shape = 1.0, $n = 5$	4-15
4.4 Significance Level Combined Individual Test Statistics	4-16
4.5 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Gamma (1.5)	4-19
4.6 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Gamma (2.5)	4-19
4.7 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Gamma (4.0)	4-20
4.8 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Weibull (2.0)	4-20
4.9 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Weibull (3.0)	4-20
4.10 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Normal (10,1)	4-21
4.11 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Beta (1,1)	4-22
4.12 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Beta (2,2)	4-22
4.13 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Lognormal (0,1)	4-22
4.14 Power Study H_0 : Gamma Shape = 1.5 H_a : Lognormal (0,2)	4-23
4.15 Summary of Comparison for Shape = 1.5 (EDF)	4-24
4.16 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Gamma (1.5)	4-25
4.17 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Gamma (2.5)	4-25
4.18 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Gamma (4.0)	4-25
4.19 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Weibull (2.0)	4-26
4.20 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Weibull (3.0)	4-26
4.21 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Normal (10,1)	4-26
4.22 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Beta (1,1)	4-27
4.23 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Beta (2,2)	4-27
4.24 Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Lognormal (0,1)	4-27

4.25	Power Study H_0 : Gamma Shape = 4.0 H_a : Lognormal (0,2)	4-28
4.26	Summary of Comparison for Shape = 4.0 (EDF)	4-28
4.27	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Gamma (0.5)	4-31
4.28	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Gamma (2.5)	4-31
4.29	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Gamma (4.0)	4-32
4.30	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Weibull (2.0)	4-32
4.31	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Weibull (3.0)	4-33
4.32	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Uniform (10,15)	4-33
4.33	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Lognormal (1.0)	4-35
4.34	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Lognormal (2.0)	4-35
4.35	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Beta (1,1).....	4-36
4.36	Power Study H_0 : Gamma Shape = 0.5 H_a : Beta (2,2).....	4-36
4.37	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Gamma (2.5)	4-37
4.38	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Gamma (4.0)	4-37
4.39	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Weibull (2.0)	4-37
4.40	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Weibull (3.0)	4-38
4.41	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Uniform (10,15)	4-38
4.42	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Lognormal (1)	4-38
4.43	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Lognormal (2)	4-39
4.44	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Beta (1,1)	4-39
4.45	Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Beta (2,2)	4-39
4.46	Summary of Comparison for Shape = 0.5 (A-D test)	4-41
4.47	Summary of Comparison for Shape = 2.0 (A-D test)	4-41
4.48	Sequential Test Power (Significance Level 0.05)	4-43
4.49	Sequential Test Power (Significance Level 0.1)	4-43
4.50	Individual Power Study	4-46
4.51	Q-statistic Power Study for Gamma Distribution	4-46
4.52	Q-statistic Mean (Gamma Distribution)	4-47
4.53	Q-statistic Variance (Gamma Distribution)	4-47

4.54	Skewness Mean (Gamma Distribution)	4-47
4.55	Skewness Variance (Gamma Distribution)	4-48
4.56	Power Comparison (Skewness) H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5)	4-50
4.57	Power Comparison (Q-statistic) H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5).....	4-50
4.58	Power Comparison (Skewness) H_0 : Gamma (1.5) H_a ; Gamma (2.5)	4-50
4.59	Power Comparison (Q-statistic) H_0 : Gamma (1.5) H_a : Gamma (2.5).....	4-51
A.1	Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 1.0	A-1
A.2	Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 1.0	A-2
A.3	Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 2.0	A-3
A.4	Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 2.0	A-4
A.5	Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 3.0	A-5
A.6	Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 3.0	A-6
A.7	Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 4.0	A-7
A.8	Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 4.0	A-8
B.1	Attained Significance Levels Shape = 0.5, $n = 5$	B-1
B.2	Attained Significance Levels Shape = 0.5, $n = 15$	B-1
B.3	Attained Significance Levels Shape = 1.5, $n = 5$	B-2
B.4	Attained Significance Levels Shape = 1.5, $n = 15$	B-2
B.5	Attained Significance Levels Shape = 2.0, $n = 5$	B-3
B.6	Attained Significance Levels Shape = 2.0, $n = 15$	B-3
B.7	Attained Significance Levels Shape = 2.5, $n = 5$	B-4
B.8	Attained Significance Levels Shape = 2.5, $n = 15$	B-4
B.9	Attained Significance Levels Shape = 3.0, $n = 5$	B-5
B.10	Attained Significance Levels Shape = 3.0, $n = 15$	B-5
B.11	Attained Significance Levels Shape = 3.5, $n = 5$	B-6
B.12	Attained Significance Levels Shape = 3.5, $n = 15$	B-6
B.13	Attained Significance Levels Shape = 4.0, $n = 5$	B-7
B.14	Attained Significance Levels Shape = 4.0, $n = 15$	B-7
C.1	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Beta (1,1) $n = 5$	C-1
C.2	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Beta (2,2) $n = 5$	C-1
C.3	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a : Gamma (0.5) $n = 5$	C-2

C.4	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5) n = 5	C-2
C.5	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a : Gamma (4.0) n = 5	C-3
C.6	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Lognomal (0,1) n = 5	C-3
C.7	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,2) n = 5	C-4
C.8	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Uniform (10,15) n = 5	C-4
C.9	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Weibull (1,2) n = 5	C-5
C.10	Sequential Test Power H_0 :Gamma (0.5) H_a :Weibull (1,3) n = 5	C-5
C.11	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Beta (1,1) n = 5	C-6
C.12	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-6
C.13	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Beta (2,3) n = 5	C-7
C.14	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Normal (0,1) n = 5	C-7
C.15	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Uniform (0,2) n = 5	C-8
C.16	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Uniform (10,15) n = 5	C-8
C.17	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Lognormal (0,1) n = 5	C-9
C.18	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Lognormal (0,2) n = 5	C-9
C.19	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Gamma (1.0) n = 5	C-10
C.20	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a :Gamma (2.0) n = 5	C-10
C.21	Sequential Test Power H_0 : Gamma (1.0) H_a :Gamma (2.5) n = 5	C-11
C.22	Sequential Test Power H_0 : Gamma (1.0) H_a :Gamma (3.5) n = 5	C-11
C.23	Sequential Test Power H_0 : Gamma (1.0) H_a :Gamma (4.0) n = 5	C-12
C.24	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a : Weibull (1,2) n = 5	C-12
C.25	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.0) H_a : Weibull (1,3) n = 5	C-13
C.26	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Beta (1,1) n = 5	C-13
C.27	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-14
C.28	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a : Gamma (1.5) n = 5	C-14
C.29	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a : Gamma (2.5) n = 5	C-15
C.30	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a : Gamma (4.0) n = 5	C-15
C.31	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Lognormal (0,1) n = 5	C-16
C.32	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Lognormal (0,2) n = 5	C-16
C.33	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Normal (0,1) n = 5	C-17
C.34	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Uniform (10,15) n = 5	C-17

C.35	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Weibull (1,2) n = 5	C-18
C.36	Sequential Test Power H_0 :Gamma (1.5) H_a :Weibull (1,3) n = 5	C-18
C.37	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Beta (1,1) n = 5	C-19
C.38	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-19
C.39	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Gamma (0.5) n = 5	C-20
C.40	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Gamma (2.0) n = 5	C-20
C.41	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Gamma (2.5) n = 5	C-21
C.42	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a :Gamma (4.0) n = 5	C-21
C.43	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a : Lognormal (0,1) n = 5	C-22
C.44	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a : Lognormal (0,2) n = 5	C-22
C.45	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a : Uniform (10,15) n = 5	C-23
C.46	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a : Weibull (1,2) n = 5	C-23
C.47	Sequential Test Power H_0 :Gamma (2.0) H_a : Weibull (1,3) n = 5	C-24
C.48	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Beta (1,1) n = 5	C-24
C.49	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-25
C.50	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Gamma (2.5) n = 5	C-25
C.51	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Gamma (3.0) n = 5	C-26
C.52	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Gamma (4.0) n = 5	C-26
C.53	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,1) n = 5	C-27
C.54	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,2) n = 5	C-27
C.55	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Uniform (10,15) n = 5	C-28
C.56	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Weibull (1,2) n = 5	C-28
C.57	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.0) H_a :Weibull (1,3) n = 5	C-29
C.58	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-29
C.59	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Beta (2,3) n = 5	C-30
C.60	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Gamma (1.0) n = 5	C-30
C.61	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Gamma (2.0) n = 5	C-31
C.62	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Gamma (3.5) n = 5	C-31
C.63	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Normal (0,1) n = 5	C-32
C.64	Sequential Test Power H_0 :Gamma (3.5) H_a :Uniform (0,2) n = 5	C-32
C.65	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Beta (1,1) n = 5	C-33

C.66	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Beta (2,2) n = 5	C-33
C.67	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Gamma (1.5) n = 5	C-34
C.68	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Gamma (2.5) n = 5	C-34
C.69	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Gamma (4.0) n = 5	C-35
C.70	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Lognormal (0,1) n = 5	C-35
C.71	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Lognormal (0,2) n = 5	C-36
C.72	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Normal (10,1) n = 5	C-36
C.73	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Weibull (1,2) n = 5	C-37
C.74	Sequential Test Power H_0 :Gamma (4.0) H_a :Weibull (1,3) n = 5	C-37
D.1	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (1,1)	D-1
D.2	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (2,2)	D-1
D.3	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (0.5)	D-1
D.4	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5)	D-1
D.5	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (4.0)	D-1
D.6	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,1)	D-2
D.7	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,2)	D-2
D.8	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Uniform (10,15)	D-2
D.9	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,2)	D-2
D.10	Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,3)	D-2
D.11	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (1,1)	D-3
D.12	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (2,2)	D-3
D.13	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (2.5)	D-3
D.14	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (3.0)	D-3
D.15	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (4.0)	D-3
D.16	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,1)	D-4
D.17	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,2)	D-4
D.18	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Uniform (10,15)	D-4
D.19	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,2)	D-4
D.20	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,3)	D-4
D.21	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (1,1)	D-5
D.22	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (2,2)	D-5

D.23	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(0.5)$	D-5
D.24	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$	D-5
D.25	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(4.0)$	D-5
D.26	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,1)$	D-6
D.27	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,2)$	D-6
D.28	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Uniform}(10,15)$	D-6
D.29	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Weibull}(1,2)$	D-6
D.30	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Weibull}(1,3)$	D-6
D.31	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Beta}(1,1)$	D-7
D.32	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Beta}(2,2)$	D-7
D.33	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$	D-7
D.34	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Gamma}(3.0)$	D-7
D.35	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Gamma}(4.0)$	D-7
D.36	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,1)$	D-8
D.37	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,2)$	D-8
D.38	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Uniform}(10,15)$	D-8
D.39	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Weibull}(1,2)$	D-8
D.40	Q-statistic Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Weibull}(1,3)$	D-8
E.1	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Beta}(1,1)$	E-1
E.2	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Beta}(2,2)$	E-1
E.3	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(1.5)$	E-1
E.4	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$	E-1
E.5	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,1)$	E-1
E.6	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Lognormal}(0,2)$	E-2
E.7	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Uniform}(10,15)$	E-2
E.8	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Weibull}(1,2)$	E-2
E.9	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Weibull}(1,3)$	E-2
E.10	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Beta}(1,1)$	E-2
E.11	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Beta}(2,2)$	E-3
E.12	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Gamma}(1.5)$	E-3
E.13	Skewness Test $H_0: \text{Gamma}(3.0)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$	E-3

E.14	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,2)	E-3
E.15	Skewness Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,3)	E-3
E.16	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (1,1)	E-4
E.17	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (2,2)	E-4
E.18	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5)	E-4
E.19	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,1)	E-4
E.20	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,2)	E-5
E.21	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Uniform (10,15)	E-5
E.22	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,2)	E-5
E.23	Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,3)	E-5
E.24	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (1,1)	E-6
E.25	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (2,2)	E-6
E.26	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (1.5)	E-6
E.27	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (2.5)	E-6
E.28	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,1)	E-7
E.29	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Lognormal (0,2)	E-7
E.30	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,2)	E-7
E.31	Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,3)	E-7

ABSTRACT

The objective of this research is to develop a new goodness-of-fit test for the gamma distribution. The gamma distribution is widely used for reliability and failure time estimations in the real world. Several methods to measure the fit of data to a hypothesized distribution are commonly used such as the chi-squared test, and Anderson-Darling test. The most important aspect of these tests is how well the results reflect the distribution family. This research will use the sequential test with skewness and Q-statistic as test statistics for fitting a gamma distribution. The main idea of a sequential test is that the power of test will be greater than the power of the individual tests. The critical values and significance levels will be created using Monte Carlo simulation. Various power studies against different alternative distributions will be compared to validate the power of the sequential tests.

A New Sequential Goodness-of-Fit Test for a Family of Two Parameters

Gamma Distributions with Known Shape Based on Skewness and Q-statistic

I. INTRODUCTION

1.1 Background

An accurate estimate of reliability and failure times is one of the most important factors for the mechanical and electronic components in military weapon systems. Typically mathematical models are used in reliability and failure time analyses where the researcher assumes the sampled data follow a specific statistical distribution function. The statistical method to determine whether a set of sample data could have come from a specific probability distribution is named a goodness-of-fit (GOF) test. Goodness-of-fit tests provide a measure of how close a sample data is to a hypothesized probability distribution, with which it is desired to model the behavior of the phenomenon represented by the sample data.

1.2 Goodness-of-fit Tests

A statistical test can be employed to decide if an observed sample corresponds to a hypothesized failure model. The general procedure to apply for a goodness-of-fit test follows

- Collect sample data
- Hypothesize a particular distribution family for the sample data
- Estimate or calculate the parameters
- Compute the particular goodness-of-fit statistics
- Decide to either accept or reject the hypothesized distribution

In building a goodness-of-fit test, the steps are similar except we draw random numbers from the particular distribution we are building the test for

- Generate sets of random numbers from the distributional family
- Estimate or calculate the parameters
- Compute the particular goodness-of-fit statistics
- Order these statistics in an array and find the critical values

In addition, the power study will be conducted to compare against the EDF tests, which are usual goodness-of-fit tests currently.

- Draw random samples from an alternative distribution
- Test whether the sample comes from hypothesized distribution

The objective of a GOF test is acceptance of a hypothesis specifying a distribution and associated population parameters. The null hypothesis (H_o) is the assumption that the test uses for calculating the probability of observing a result at least as extreme as the one that occurs. On the data at hand, The alternative hypothesis (H_a) that specifies that the null hypothesis is not true. Two types of errors exist for a hypothesis test:

- A type **I** error: H_o is rejected when H_o is true. α is the probability of a type **I** error.
- A type **II** error: H_o is accepted when H_o is false. β is the probability of a type **II** error.

1.3 Objective

The power of a test, denoted by $1-\beta$, is the probability of correctly rejecting the null hypothesis when it is in fact false. The power depends on the significance levels of the test, the components of the calculation of the test statistic, and on the specific alternative hypothesis under consideration.

This research is going to develop, implement, and analyze a new goodness-of-fit test using skewness and Q-statistic to test whether sample data comes from a specific

family of the gamma distribution in which the shape parameter is known. The procedure will practically consist of the skewness and Q-statistic in sequence for the sequential test. The sample would be failed if it fails just one of the two tests. The application of sequential test will facilitate discrimination against a wider range of alternative distributions with consistently identical or higher power than existing tests provide. To evaluate the effectiveness of the sequential test, a power study will be conducted to compare the test's performance with current goodness-of-fit tests against a wide range of alternative distributions.

II. LITERATURE REVIEW

2.1 Gamma Distribution

Many sets of data for reliability and maintainability (R&M) or failure will not have relative frequency curves with the smooth decreasing trend found in the exponential model. It perhaps is more common to see distributions that have low probabilities for intervals close to zero, with the probability increasing for a while as the interval moves to the right and then decreasing as the interval moves out even further [20:155]. In many practical situations the variable of interest range might have a skewed distribution over its range. The gamma family distribution yields a broad range of skewed distribution shapes.

One application of the gamma distribution in the military is as a model of the reliability and maintainability (R&M) problems. The gamma distribution has been used to model the lengths of time between malfunctions for aircraft engines. Also the gamma distribution can be used in the case of electronic components where few will have very short life lengths, many will have something close to an average life length, and very few will have extraordinarily long life lengths [20:156]. In addition, the gamma distribution can be used to model the time to the n th failure of a system if the underlying failure distribution is exponential.

The gamma probability density function is given by

$$f(x) = \frac{1}{\delta^\alpha \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-x/\delta} \quad x \geq 0, \beta > 0, \delta > 0. \quad (2.1)$$

where β is the shape parameter and δ is the scale parameter. A δ value other than 1 either stretch or compress the pdf in the x direction. In general, usually the location parameter

set to zero. So we can not see the location parameter in the gamma pdf in equation (2.1).

When $\delta = 1$ and location parameter is 0, we have the standard gamma distribution

$$f(x) = \frac{x^{\beta-1} e^{-x}}{\Gamma(\beta)} \quad x \geq 0, \beta > 0. \quad (2.2)$$

where the gamma function $\Gamma(\beta)$ is defined by

$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty x^{\beta-1} e^{-x} dx. \quad (2.3)$$

If $\beta=1$, the gamma distribution simplifies to an exponential distribution and if β is a positive integer it is an Erlang distribution [1:207]. Figure 2-1 illustrates the gamma distribution for a range of shape parameters with a fixed value of $\delta = 1$.

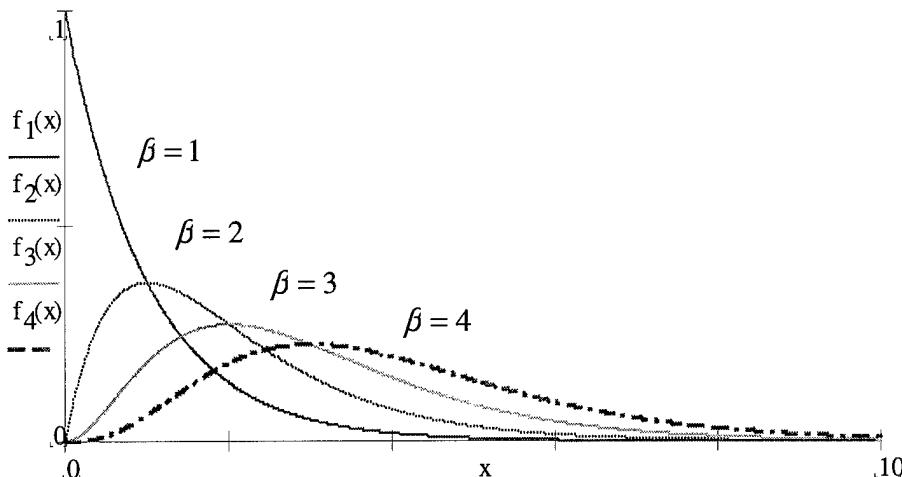


Figure 2-1 the gamma pdf $\delta=1$ with varied shape parameter β .

If x is a random variable from gamma distribution with parameter β and δ , the mean and variance of x are

$$E(X) = \mu = \beta\delta \text{ and } V(X) = \beta^2 = \beta\delta^2 \quad (2.4)$$

2.2 Parameter Estimation

When the populations are large (or infinite) we cannot measure every element of the population. On the basis of random samples from the population, we make estimates of the population parameters. The estimators presented are estimators that merited consideration on the basis of intuition. The estimator $\hat{\theta}$, for a parameter θ , is a function of the random variables observed in a sample and therefore itself is a random variable. This being the case, we know that an estimator will have a probability distribution, which we call the sampling distribution of the estimator. Obtaining an estimate of the parameter is a basic step in a goodness-of-fit test. We consider the properties of an estimator and two useful methods for deriving estimators, the method of moments and the method of maximum likelihood [14:389].

2.2.1 Four Properties of an Estimator

- Unbiasedness: The expected value of the estimator is exactly equaled, unbiased by definition ($E[\hat{\theta}] = \theta$), to the value of the parameter being estimated. If the average value of the estimator does not equal the actual parameter value, the estimator is said to contain a *bias*, or to be a *biased estimator*.
- Efficiency: The property of efficiency implies that the most efficient estimator among a group of unbiased estimators is the one with the smallest variance. It is generally quite difficult to prove that an estimator is the best among all unbiased ones. The most common approach is to determine the relative efficiency of two estimators. Relative efficiency is defined as the ratio of the variances of the two estimators.
- Sufficiency: An estimator is said to be sufficient if it uses all the information about the population parameter that the sample can provide.
- Consistency: An estimator is said to be consistent if it yields estimates that converge in probability to the population parameter being estimated, as the sample size n becomes larger.

2.2.2 The Method of Moments

The method of moments is a very simple procedure for finding an estimator for one or more population parameters proposed by K. Pearson. Because of its simplicity, the method of moments is especially useful in situations where other estimators are bogged down by mathematical manipulative difficulties [6:129]. For example, if Y is a random variable with density function $f(Y; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i)$, and there are i unknown parameters to be estimated, then i equations need to be solved. The k th moment about zero, μ'_k , will be defined as

$$\mu'_k = E(Y^k). \quad (2.5)$$

The corresponding k th sample moment is

$$m'_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^k. \quad (2.6)$$

The method of moments is based on the assumption that sample moments should provide good estimates of the corresponding population moments. Then because the population moments will be functions of the population parameters, one equates the corresponding population and sample moments and solves for the unknown parameters. Hence the method of moments can be stated to choose as estimates those values of the parameters that are solutions of the equations $\mu'_k = m'_k$, $k = 1, 2, \dots, t$, where t equals the number of parameters to be estimated [14:413-414]. Although the method of moments has the advantage of being simple to use, it has enjoyed little recent popularity. This is true primarily because the estimators do not possess desirable asymptotic properties like maximum likelihood estimators possess [22:560].

2.2.3 Method of Maximum Likelihood

The method of maximum likelihood is a general method of finding estimated values of parameters. The method was known and used by Gauss in his development of the theory of least squares, but the technique was not formalized until it was introduced by Fisher in 1912 [6:135] as a means of finding estimators that satisfy some of the properties mentioned above. After that time, the technique for maximum likelihood was developed and is used extensively. This method is popular because maximum likelihood estimators are usually relatively easy to obtain, and are often efficient and approximately normally distributed for large samples, where it tends to produce estimators with the smallest possible variance. The maximum likelihood method estimates the value of a population parameter by selecting the most likely sample space that would yield the observed sample. The value of the population parameter corresponding to the generation of this sample space is called the maximum-likelihood estimate (MLE) [9:307-313].

The procedure of finding the MLE of one or more parameters involves finding the maximum of the likelihood distribution. In many problems, determining the formula for the likelihood function (L), may not be too difficult, although the notation for describing L may seem formidable. Assume that the random variable X_1 represents all possible values of x which could appear first in a series of sample observations, X_2 represents all possible values of x which could appear second in a series of sample observations, and so on, with X_n representing all possible values of x which could appear last in a series of n sample observations. Let's assume x_1 is an observed value of the variable X_1 , x_2 is an observed value of X_2 , and x_n is an observed value of X_n . If the parent population is

discrete with parameter θ , then the probability that a particular sample x_1, x_2, \dots, x_n will occur is the likelihood function L , where L is conditional on θ .

$$L(\theta) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n | \theta).$$

If the parent population is continuous, L equals the joint density function of x_1, x_2, \dots, x_n , which is $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$.

Once the function representing L has been determined, the task is to find that value of the population parameter that maximizes this function. Maximizing L can be accomplished by taking the partial derivative with respect to the parameter in question, setting this derivative equal to zero, and then solving for the optimal value of the parameter. In many cases it is easier to maximize the logarithm of L rather than L itself. This transformation will not change the optimal solution, but often will make finding the first derivative much easier. For example, consider $f(x | \mu, \sigma^2)$ of the normal distribution, then

$$L = \frac{e^{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2}}{\sigma^n (2\pi)^{n/2}} \quad (2.7)$$

Maximizing L with respect to μ yields the *MLE* for the population mean, while minimizing L with respect to σ^2 yields the *MLE* for the population variance. To maximize L , take natural logarithms of L for the partial derivative of the parameter of interest and set the derivative equal to zero, and solve for the parameter.

$$\begin{aligned}
\ln L &= \ln \left[\frac{e^{-(1/2) \sum [(x_i - \mu)/\sigma]^2}}{\sigma^n (2\pi)^{n/2}} \right] \\
&= -n \ln \sigma - \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{n/2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(x_i - \mu)/\sigma]^2 \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = \left(\frac{1}{\sigma^2} \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i - n\mu \right) \\
0 &= \sum_{i=1}^n x_i - n\hat{\mu} \\
\hat{\mu} &= \sum_{i=1}^n x_i / n = \bar{x}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

This result tell us that, given a particular sample x_1, x_2, \dots, x_n , the population mean most likely to produce this sample is $\hat{\mu} = \bar{x}$.

Instead of differentiating $\ln L$ with respect to μ , the first derivative could have been taken with respect to σ^2 , yielding a MLE of the population variance. This analysis leads to a rather interesting result-the MLE of σ^2 is not an unbiased estimator. Using \bar{x} to estimate μ , it can be shown that the maximum likelihood estimate of σ^2 is

$$s^2 = \left(\frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \tag{2.9}$$

$$\text{where } s^2 = \left(\frac{n}{n-1} \right) \hat{\sigma}^2,$$

$$\text{and } E(s^2) = \sigma^2$$

If one wants an estimate of the variance of a population which makes the sample appear most likely, then the statistic shown above $\hat{\sigma}^2$ is the optimal choice; on the other hand, if

it seems more desirable to have an estimate which, on the average, equals the true value, then s^2 is the best choice [9:333-337].

Some properties for *MLE* [13:191].

1. For most common distributions, the *MLE* is unique.
2. *MLEs* need not be unbiased, but are usually asymptotically unbiased.
3. *MLEs* are invariant.
4. *MLEs* are asymptotically normally distributed.
5. *MLEs* are strongly consistent.

2.3 Skewness and Kurtosis

The skewness is measure of the lack of symmetry in a distribution. If the distribution has a longer tail to the left of the peak, the function has negative skewness. If there is a long tail to the right, it has positive skewness. And the Kurtosis measures the degree of peakedness of a distribution.

The third standardized moment about the mean, $\sqrt{\beta_1}$, characterizes the skewness of a distribution, and the fourth standardized moment about the mean, β_2 , characterizes the kurtosis or peakedness of a distribution. The third and fourth moments can be expressed by

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{E(x - \mu)^3}{\sigma^{3/2}} \quad (2.10)$$

$$\beta_2 = \frac{E(x - \mu)^4}{\sigma^4}. \quad (2.11)$$

For the random sample x_1, \dots, x_n , with mean

$$m_1 = \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n}$$

and sample central moments

$$m_i = \sum_{j=1}^n \frac{(x_j - m_1)^i}{n}, \quad i = 2, 3, 4 \quad (2.12)$$

the sample skewness and kurtosis respectively are

$$\sqrt{b_1} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}} \quad (2.13)$$

$$b_2 = \frac{m_4}{(m_2)^2}. \quad (2.14)$$

For a symmetric density function, the odd central moments are all zero. If the value of skewness is positive then a distribution is said to be skewed to the right (positively skewed), while a negative skewness indicates a distribution is skewed to the left (negatively skewed).

Kurtosis is a degree of peakedness of a distribution and can be expressed as follows. For the normal distribution, $\beta_2 = 3$, and it is called mesokurtic. A distribution with a high peaked density function is called leptokurtic ($\beta_2 > 3$), and a flat-topped curve is called platykurtic ($\beta_2 < 3$).

The skewness and kurtosis statistics are in general correlated with each other, and although for normal sampling the correlation is zero, they are still dependent variables ($E(\sqrt{b_1} b_2) = 0$, but $E(\sqrt{b_1} b_2) \neq E(\sqrt{b_1})E(b_2)$). Put otherwise, there will be situations in which $\sqrt{b_1}$ will dominate the test decision about normality, with b_2 playing a minor role, and vice versa [5:283].

2.4 Q-statistic

The Q-statistic is a modification of the kurtosis statistic for testing light-tailed distributions against heavy-tailed ones introduced by Robert V. Hogg and some of his Ph. D students (Vincent Uthoff, Alan Davenport) in 1972. The Q statistic uses order statistics from the sample to discriminate distributions. Hogg's statistic is defined as

$$Q = \frac{U_\alpha - L_\alpha}{U_\beta - L_\beta} \quad (2.15)$$

where U_β is the average of the largest $n\beta$ order statistics of sample size n and L_β is the average of the smallest $n\beta$ order statistics (taking fractional order statistics if $n\beta$ or $n\alpha$ are not integers). U_α and L_α have a similar meaning using the $n\alpha$ largest and smallest order statistics respectively [12:424]. Curry used a modified formula for each lower and upper Q-values based on three underlying distributions [3:12-14]. Harter, Moore, and Curry used $\alpha=0.04$ and $\beta=0.5$ for the Q-statistic [11:8]. One of Robert V. Hogg students, Alan Davenport, employed Q-statistic in his thesis and discovered that $\alpha=0.05$ and $\beta=0.5$ gave maximized power. Thus, his result also supports the use of Q-statistics if the sample size n is not too large (say, $n \leq 30$) [12:424].

2.5 Goodness-Of-Fit Tests

The classical goodness-of-fit tests are used to determine how well a sample of data matches a hypothesized population distribution and inferences about the general

population are based on the smaller data set, it is important to test the fit of the sample data to the hypothesized population distribution.

In the formal framework of hypothesis testing, the null hypothesis, H_0 , for a goodness-of-fit test is that a given random variable X follows a stated probability law $F(X)$. Where X is a random variable from the process under investigation. Acceptance of H_0 is based on measuring in some way the conformity of the sample data (a set of x values) to the hypothesized distribution. The alternative hypothesis, H_a , generally states that the null hypothesis is not true. The general procedure for a goodness-of-fit test is Given a random sample x_1, x_2, \dots, x_n , $i = 1\dots n$

- Hypothesis

H_0 : The random variable X is distributed by distribution function $F(X)$

H_a : The random variable X is not distributed by distribution function $F(X)$

where $F(X)$ is either simple or composite.

- Estimate the parameters of the distribution if necessary
- Calculate the test statistics
- Evaluate the acceptance or rejection of the null hypothesis

In general, a goodness-of-fit test is a statistical method to determine whether a hypothesized probability model, or family of probability model, adequately describes the observed relative frequencies of the outcomes of a random experiment [16:643].

There are several different kinds of goodness-of-fit tests introduced in following sections.

2.5.1 Chi-square Test.

In 1900, Karl Pearson introduced the chi-squared test. Pearson's idea was to reduce the general problem of testing the fit of a hypothesized distribution to a multinomial setting by basing a test on a comparison of observed cell counts with their expected values under the hypothesis to be tested. This reduction in general discards some information, so that tests using chi-squared statistics are often less powerful than other classes of goodness-of-fit tests of fit. But chi-squared tests apply to discrete or continuous, univariate or multivariate data and are therefore the most generally applicable goodness-of-fit tests [5:63].

The chi-squared test formalizes the intuitive approach of comparing the histogram of the sample data to the shape of the hypothesized distribution probability density function. A test basically entails grouping the data into a collection of cells or intervals and then measuring the deviations between the observed frequencies in the cells and the expected frequencies determined by the hypothesized distribution. If the differences, compiled with the χ^2_0 test statistic are large, the null hypothesis is rejected [2:2-17]. In other words, the chi-squared goodness-of-fit test can be used to test the null hypothesis that the population distribution from which the data sample is drawn is the same as the hypothesized distribution. It assumes that the sample values are independent, and identically distributed. The sample values are grouped and the counts of the number of sample values occurring in each group are recorded. Also, the hypothesized distribution is specified in advance, so the number of observations that should appear in each group for the hypothesized distribution can be calculated without reference to the sample values. The χ^2_0 test statistic is calculated as

$$\chi_o^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2.16)$$

Where O_i is the observed number in the i th class, and E_i is the expected number in the i th class, and n is the number of classes whose contributions are summed in finding χ_o^2 .

Note that the degrees of freedom ($n-1$) in χ_o^2 do not directly involve the sample size n .

The random variable X is distributed by distribution function he conservative rule of thumb for χ_o^2 test statistics is that E_i should be at least 5 for all i .

Since the grouped sample data are set by arbitrary, the chi-squared test is regarded as less powerful than other classes of tests of fit. But still the chi-squared test used widely because of its simplicity and diversity.

2.5.2 Empirical Distribution Function (EDF) Tests

The idea for an EDF test is to measure the discrepancy between the CDF of the hypothesized distribution and the EDF for the sample data. The EDF is a step function calculated from the sample, which estimates the population distribution function. Given a random sample of size n with x_1, \dots, x_n and let $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(n)}$ be the order statistics. Suppose further that the distribution of X is $F(X)$ and this distribution to be continuous. The EDF is defined by

$$F_n(x) = \frac{\text{number of observations } \leq x}{n}, \quad -\infty < x < \infty. \quad (2.17)$$

Since $F_n(x)$ is step function, as x increases it takes a step up of height $1/n$ as each sample observation is reached. So the definition is

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x < X_{(1)} \\ \frac{i}{n}, & X_{(i)} \leq x \leq X_{(i+1)}, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ 1, & X_{(n)} \leq x \end{cases}$$

An EDF test measures the difference between $F_n(x)$ and $F(x)$ and introduces statistic to quantify the statistical difference. A number of the more popular EDF tests are discussed below.

- Kolmogorov-Smirnov Tests. In 1933, Kolmogorov-Smirnov introduced an EDF statistic. To apply the Kolmogorov-Smirnov test, we calculate the cumulative frequency (normalized by the sample size) of the observations as a function of class.

Then we calculate the cumulative frequency for a true distribution, and find the greatest discrepancy between the observed and expected cumulative frequencies.

D^+ and D^- are respectively denoted as the largest vertical difference when $F_n(x)$ is greater than $F(x)$ and when $F_n(x)$ is smaller than $F(x)$. This can be expressed as

$$\begin{aligned} D^+ &= \max \{(i/n) - F(x)\} \\ D^- &= \max \{F(x) - (i-1)/n\} \\ D &= \max \{D^+, D^-\}. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Simplifying this further, we have $D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$.

- Cramer-Von Mises Test. The statistic used to measure the discrepancy between $F_n(x)$ and $F(x)$ for the Cramer-Von Mises test is

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \{F_n(x) - F(x)\}^2 \psi(x) dF(x). \quad (2.19)$$

where $\psi(x)$ is a suitable function which gives weights to the squared difference

$\{F_n(x) - F(x)\}^2$. When $\psi(x)=1$, this is Cramer-Von Mises Statistic [5:100].

A computational formula is

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \{F(x_i) - (2i-1)/2n\}^2 + 1/(12n). \quad (2.20)$$

- Anderson-Darling Test (A^2). The A^2 test is a special case of the Cramer-Von-Mises tests with

$$\psi(x) = [\{F(x)\}\{1-F(x)\}]^{-1}.$$

The computational formula is

$$A^2 = -n - (1/n) \sum_{i=1}^n \left[(2i-1) \log Z_{(i)} + (2n+1-2i) \log [1-Z_{(i)}] \right]$$

where $Z_{(i)} = F(x_{(i)})$. (2.22)

This weighting factor highlights the discrepancy in the tails of the distribution. It is one of the most powerful EDF tests.

2.5.3 Sequential Tests

This term for a sequential analysis originated with the double-sampling scheme devised by Dodge and Romig (1929) for acceptance sampling in industrial quality control [8:33]. But the sequential test is not a new concept for test statistics. It will use the various existing GOF test statistics in sequence to achieve a more powerful test against a wider range of alternative hypotheses. Onen [17] showed that the power of a sequential test using different EDF statistics in sequence for the cauchy distribution and the power is located between the two individual tests statistics at the same level of significance for the symmetric distribution. Clough examined the power of sequential tests for the Weibull distribution using skewness and kurtosis test statistics sequentially [2]. The sequential test for Onen has less power. Clough concluded that the sequential test has more robust performance against a wide range of alternative distributions.

2.6 Tests for the Gamma Distribution

The suitability of the gamma distribution as a model for reliability and maintainability (R&M) or failure times, relies on how well the sample data agrees with the gamma distribution. Traditional goodness-of-fit tests include parameter estimation techniques such as the traditional minimum distance estimation or maximum likelihood estimation. Viviano [23] used a modified Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, and Cramer-Von Mises test and Ozmen [18] used A modified Anderson-Darling test to research goodness-of-fit tests for the gamma distribution.

2.7 Conclusion

This research will combine two test statistics, skewness and Q statistic, into a sequential test. According to D'Agostino, Ralph B. and Austin F. S. Lee in 1976 [4:393-396], the Q-statistic has more power than the kurtosis test statistics. A sequential goodness-of-fit test for the gamma based on the skewness and Q-statistic has the potential of providing good power against a wide verity of alternatives. Hoping that it may improve the power for the goodness-of-fit for the gamma distribution compare to the current goodness-of-fit test results. Monte Carlo techniques will be used extensively for the critical values and power studies in this research.

Clough's sequential test for the Weibull distribution showed on improvement over the current A^2 test. This research will determine if a similar sequential test shows improvement over the current EDF tests for the gamma distribution. Instead of kurtosis, this work will use the better discriminator of the Q-statistic, by Hogg. If the results show this test to have competitive power, then it should be preferred since it is not necessary to estimate parameters to conduct this test; only the skewness and Q-statistic of the sample are needed to conduct the test.

III. METHODOLOGY

3.1 Introduction

This chapter will present the main ideas of the goodness-of-fit test for gamma distribution. The Monte Carlo simulation procedure will be applied for creating the critical value tables. First, look at the Monte Carlo simulation procedure, and then conduct the simulations in order to create the critical values for the sampling distribution. Then the power study will be conducted to examine the utility of the sequential test for the gamma distribution. The power of the test means the probability of rejecting a false null hypothesis precisely. Ultimately, power studies tell us the validity of the sequential test with a broad range of sample data from alternative hypotheses.

In short, the procedure of this research is conducting a sequential goodness-of-fit test with skewness and Q-statistic for test statistics for a range of gamma sample sizes with known shape. Then conduct its power studies against various alternative distributions to examine the validity of sequential tests.

3.2 Calculation of the Critical Value

3.2.1 Random Deviate Generation. Generating the sampling distribution from the Gamma distribution will be the first step for the goodness-of-fit test. For the Gamma distribution function, there is no closed form for which we could obtain an inverse transformation. But algorithms can be applied which can be used to generate random gamma deviation using the subroutine, “**gmrnd**” function, from *MATLAB5* statistics

toolbox. This employs the transformation or acceptance-rejection methods to create its pseudo-random variates. Thus the standard deviates are converted to deviates having scale parameter $\beta = 1$ and location parameter $\delta = 0$ by transformation or acceptance-rejection method depending on shape parameter α . The transformation follows;

$$y = \beta x + \delta \quad (3.1)$$

where x represents a standard random deviation generated by subroutine function in Matlab5. The problem with the parameter estimating routine can be avoided by this transformation.

3.2.2 Plotting Positions. The way to create the critical values is to plot a piecewise linear approximation to the cumulative distribution function of the test statistics and use linear interpolation to derive the critical values at a given significance level. Given a series of observations ordered from smallest to largest (or vice versa), each event may be assigned a plotting position that is its cumulative probability. Recurrence intervals, which are reciprocals of the cumulative probabilities (or of their complements), may also be used to define plotting positions [10:1615]. Usually the cumulative distribution function (cdf) is a step function for i th order statistics of the sampling distribution with the range from 0 to 1. If the cdf used i/n for plotting positions, the largest value cannot be included in the plot. Conversely, if it used $(i-1)/n$ for plotting positions, then the smallest value cannot be plotted either. Thus, Hazen proposed the compromise position $(i-0.5)/n$ in 1914, and most hydrologists used that for plotting positions. Since then, the plotting positions were developed through several decades. In 1939, Gumbel showed, that the most probable (modal) position is $(i-1)/(n-1)$ and the mean

position is $i/(n+1)$. In 1942, Beard proposed the median position which is given by $1 - (0.5)^{1/n}$ for $i=1$, $(0.5)^{1/n}$ for $i=n$. In 1951, Johnson tabulated the median plotting position, which is called “*median ranks*”. And Benard & Bos-Levenbach showed that the median rank is closely approximated by the plotting position given by [10:1617]:

$$\frac{(i-0.3)}{(n+0.4)} \quad (3.2)$$

In 1958, Blom proposed general formula, called “ α, β – correction”, for the plotting position given by

$$\frac{(i-\alpha)}{(n-\alpha-\beta+1)} \quad (3.3a)$$

If it takes $\alpha = \beta$

$$\frac{(i-\alpha)}{(n-2\alpha+1)} \quad (3.3b)$$

If $\alpha = 0$

$$\frac{i}{(n+1)} : \text{Mean plotting position} \quad (3.3c)$$

If $\alpha = 1$

$$\frac{(i-1)}{(n-1)} : \text{Modal plotting position} \quad (3.3d)$$

If $\alpha = 0.5$

$$\frac{(i-0.5)}{n} : \text{Hazen's compromise plotting position} \quad (3.3e)$$

If $\alpha = 0.3$

$$\frac{(i - 0.3)}{(n + 0.4)} : \text{Median ranks plotting position} \quad (3.3f)$$

Table 3.1 depicts the comparison of plotting positions mentioned above

with the example for $i=5$

Table 3.1 Comparison of Plotting Position

plotting position	n=5	n=20	n=50	n=100
Mean	0.833333	0.238095	0.098039	0.049505
Modal	1	0.210526	0.081633	0.040404
Hazen's compromise	0.9	0.225	0.09	0.045
Median ranks	0.87037	0.230392	0.093254	0.046813

As sample size increase, we discover that the value for plotting positions doesn't have any large differences. Through the persistence of many people, numerous techniques were developed during recent decades, but no agreement has been reached so far. Through the literature from Harter, selection of the optimum plotting position depends on the purpose of the research and may also depend on the underlying distribution of the variable under consideration. Johnson examined the median plotting positions, and he concluded that values for $n > 20$ can be approximated by Blom's formula with $\alpha = 0.3$. This median unbiased estimate avoids the difficulties associated with unbiased estimates [10:1625]. Thus, the median ranks plotting position will be employed for creating the critical values for the sample skewness and Q-statistic.

Clough explained well about determining the critical values with median ranks plotting positions on his thesis work [2:3-6]. In the sample size, if y_i is the median rank position for x_i , y_{i+1} is that for x_{i+1} , and α represents the significance level, then the slope of the line joining the two points is given by

$$m = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (3.4)$$

and the intercept is expressed by

$$b = y_i - mx_i \quad (3.5)$$

Then, finding the critical value for the $100(1-\alpha)\%$ level is simply a matter of solving for x in $y = mx + b$. When $y = (1-\alpha)$, it follows that

$$\text{critical value} = \frac{(1-\alpha) - b}{m} \quad (3.6)$$

In cases where x_i and x_{i+1} are identical, interpolation is not necessary, and the critical value is simply x_i . Given the large sample sizes generated for this research, the desired critical values will not exceed the 99.5% level or fall below the 0.5% level for the median ranks plotting position.

3.2.3 Monte Carlo Procedure

3.2.3.1 Monte Carlo Simulation Method. One method to examine the effects of various other effects that are difficult to analyze is called the Monte Carlo Simulation Method. This method generates a random sample from an underlying distribution and combines these samples to obtain a critical value table. The process of random generations, combining, and evaluations is repeated to the desired replication under the assumption that generated random sample data were experimental data from the real world. The error of Monte Carlo simulation will decrease proportionally to $\frac{1}{\sqrt{n}}$, where n is the number of trials [21:259]. This Monte Carlo Method is a quite talented tool to

evaluate and analyze the situation from virtual to actual without any real experiment. 100,000 trials will be generated for each sample size to create the critical values in this research.

3.2.3.2 Monte Carlo Simulation Algorithm. The following steps depict the procedure for the Monte Carlo approach for determining desired critical values for the sequential tests skewness and Q statistics. Figure 3.1 illustrates the algorithm for this. Clough depicted this well for the algorithm in his thesis work [2:3-7].

Step 1. Generate sample sizes $n = 5(5)50$ from the selected underlying gamma distribution at shape parameter $\alpha = 0.5(0.5)4$, scale parameter $\beta = 1$ and location parameter $\delta = 0$.

Step 2. Calculate the sample skewness and Q statistics for the given sample.

Step 3. Step (1) and step (2) are repeated 100,000 times for generating a sample size of $N=100,000$ values for each of the test statistics.

Step 4. Order the 100,000 values for both the test statistics.

Step 5. Estimate order statistics by median rank plotting position given in equation (3.3f)

Step 6. For each significance level $\alpha = 0.005(0.005)0.1, 0.1(0.01)0.2$ (lower tail) and $\alpha = 0.8(0.01)0.9, 0.9(0.005)0.995$ (upper tail), use linear interpolation to find the corresponding critical values for both skewness and Q-statistic. Critical values for both tails of sampling distributions will be needed since each test will be a two-sided test.

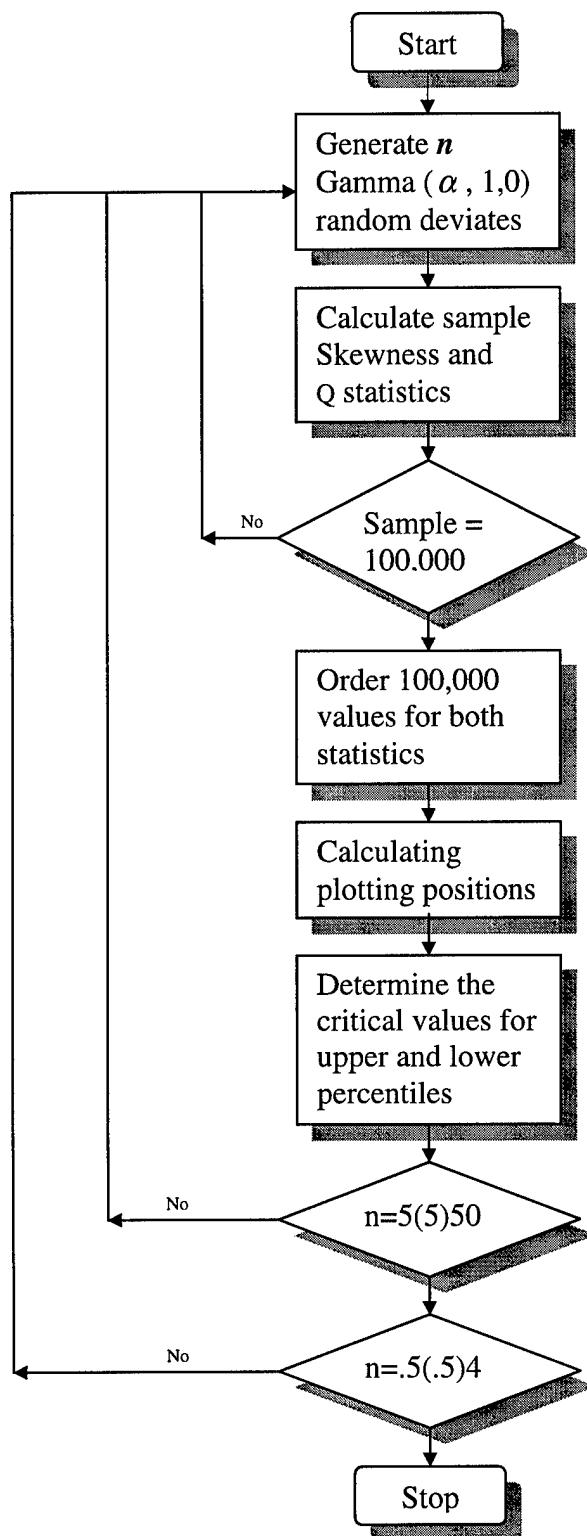


Figure 3.1 Algorithm for Critical Values

Step 7. Increment the sample size and repeat the algorithm for $n = 5(5)50$.

Step 8. Increment the shape parameter for gamma distribution and repeat the algorithm for $\alpha = 0.5(0.5)4$.

3.3 Attained Significance Levels

3.3.1 Outline Because of the suggested guidelines for specifying H_0 and H_a , a type I error is usually more serious than a type II error. The approach adhered to is to specify the largest value of α that can be tolerated and find a rejection region having that value of α rather than anything smaller. The resulting value of α is often referred to as the significance level of the test [7:312]. To obtain the significance level of α in this research, I define the level of α_1 to represent the significance level of skewness and the level of α_2 to represent a significance level of Q-statistic. This is because the test for goodness-of-fit will be conducted by sequentially testing with skewness and Q-statistic. In this point, I may consider the Bonferroni's inequality to make the significance levels effective for the sequential test. Let A_1 denote the number of samples that was rejected in the test for skewness and A_2 denote the number of samples that failed to pass the test for Q-statistic. Then, the probability of these are:

$$P(A_1) = \alpha_1 \text{ and } P(A_2) = \alpha_2$$

Thus, the Bonferroni's Inequality [15:153] is

$$P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) \geq 1 - P(A_1) - P(A_2) \quad (3.7)$$

To obtain the desired overall significance level for both skewness and Q statistics, we will combine the significance levels for α_1 and α_2 . By counting the number of samples that were rejected at each combination of levels, the overall significance α will be obtained for the sequential test. And also, the overall significance level of α will be bounded above by $\alpha_1 + \alpha_2$ according to the equation (3.7). At this point, since it would be a sequential test for significance level, the sample will fail to pass the sequential test if it fails to pass one out of two test statistics. Another failure is in the case that if some sample fails to pass at the specific level of α , it would fail the rest of the level greater than α as well.

3.3.2 Algorithm for significance level I employed the Monte Carlo Procedure to attain the significance level in almost the same manner as for the critical value. I also refer to the thesis work from Clough except the underlying distribution.

Step 1. Begin as before by selecting a shape parameter β and sample size n for the gamma samples according to the specific null hypothesis being investigated. Generate n gamma ($\beta, 1, 0$) random deviates.

Step 2. Calculate the test skewness and Q-statistic for the sample.

Step 3. Initialize counters to track the current levels of the two tests; i_{curr} for skewness test and j_{curr} for Q statistics test. The significance levels are $\alpha_1 = i_{curr}/100$ and $\alpha_2 = j_{curr}/100$ respectively. Start with both i_{curr} and $j_{curr} = 1$. Another pair of indices

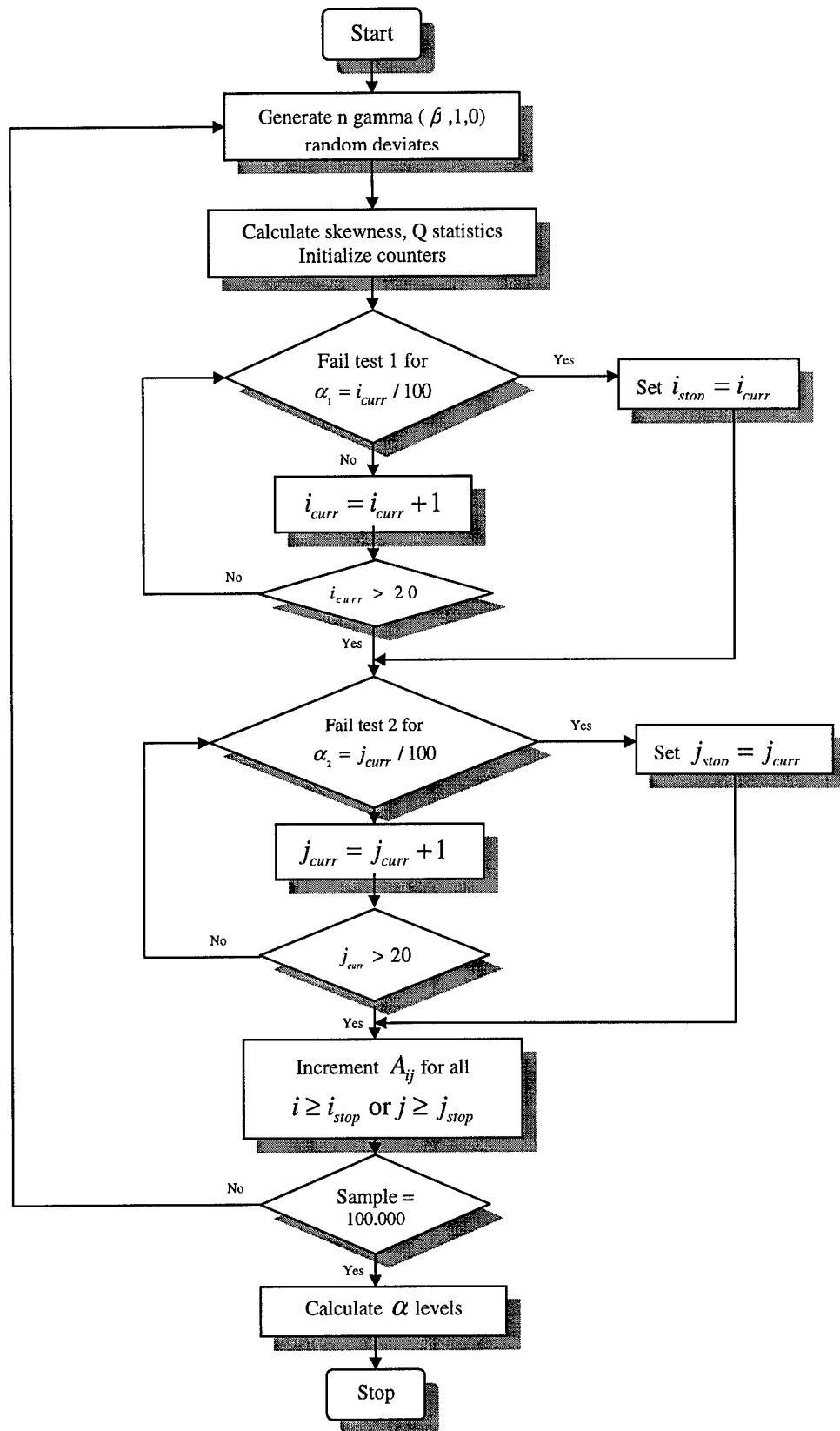


Figure 3.2 Algorithm for Attained Significance Levels

will indicate the level of the first failure for each test: i_{stop} for skewness test and

j_{stop} for Q-statistic test.

Step 4. Conduct the skewness test on the sample for $\alpha_1 = \frac{i_{curr}}{100}$. If the sample fails the test at this level, record the current level in i_{stop} . Then proceed to step (6).

Step 5. If the sample passes at the current level, increment i_{curr} by 1. If the range of desired levels has been tested ($i_{curr} > 0.2$), then leave $i_{stop} = 0.21$, indicating no failures, and proceed to step (6). Otherwise, return to step (4) with the new value for i_{curr} .

Step 6. Conduct Q-statistic tests on the sample for $\alpha_2 = \frac{j_{curr}}{100}$. If the sample fails the test at this level, record the current level in j_{stop} . Then proceed to step (8).

Step 7. If the sample passes at the current level, increment j_{curr} by 1. If the range of desired levels has been tested ($j_{curr} > 0.2$), then leave $j_{stop} = 0.21$, indicating no failures, and proceed to step 8. Otherwise, go to step (6) with the new value for j_{curr} .

Step 8. Now that the failure points have been determined, increment the appropriate counters in the array A . Specifically, increment A_{ij} for all (i, j) such that $i \geq i_{stop}$ or $j \geq j_{stop}$, avoiding duplication in the intersection of the two sets.

Step 9. Repeat step (1) through step (8) for 100,000 samples.

Step 10. When finished, the array element A_{ij} will hold the counts for the number of failures (rejection of the true null hypothesis) for the corresponding combinations

of significance levels $\alpha_1 = i_{curr}/100$ and $\alpha_2 = j_{curr}/100$. To find the attained significance level for a given combination, a_{ij} , simply divide A_{ij} by the total number of samples, 100,000.

3.4 Basic Statement for the Sequential Tests

3.4.1 Skewness Test. The sample skewness test will be illustrated with a given random sample X_1, X_2, \dots, X_n , and null hypothesis gamma distribution with a specific shape parameter β as follows:

$$H_0: X = \text{Gamma}(\beta)$$

$$H_a: X \neq \text{Gamma}(\beta)$$

Skewness test statistics:
$$\sqrt{b_1} = \frac{1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\left[1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^{3/2}} \quad (3.8)$$

Then, the acceptance region with significance level α_1 is

$$\sqrt{b_{1(1-\alpha_1/2)}} < \sqrt{b_1} < \sqrt{b_{1(\alpha_1/2)}}$$

and the values of $\sqrt{b_{1(1-\alpha_1/2)}}$ for the lower tail and $\sqrt{b_{1(\alpha_1/2)}}$ for the upper tail can be found in critical value tables with the specific shape parameter β and sample size n .

3.4.2 Q statistics test. The sample Q statistics test will be illustrated with a given random sample X_1, X_2, \dots, X_n and null hypothesis gamma distribution with a specific shape parameter β as follows:

$$H_0: X = \text{Gamma}(\beta)$$

$$H_a: X \neq \text{Gamma}(\beta)$$

Q test statistics:
$$Q = \frac{U_\alpha - L_\alpha}{U_\beta - L_\beta} \quad (3.9)$$

Here, as mentioned in chapter 2, U_β is the average of the largest $n\beta$ order statistics of sample size n . L_β is the average of the smallest $n\beta$ order statistics (taking fractional order statistics if $n\beta$ or $n\alpha$ are not integers) and also U_α and L_α have the same meaning.

Then, the acceptance region with significance level α_2 is

$$Q_{(1-\alpha_2/2)} < Q < Q_{(\alpha_2/2)}$$

and the values of $Q_{(1-\alpha_2/2)}$ for the lower tail and $Q_{(\alpha_2/2)}$ for the upper tail can be found in the critical value tables with the specific shape parameter β and sample size n .

3.4.3 Sequential Test. The sequential test will be conducted in the same manner of sequential tests. The null hypothesis can be passed only if the sample passes both of the test statistics respectively at a specific significance level for the same sample. On the other hand, the sample would be rejected if it fails either test.

The sample Sequential test will be illustrated with a given random sample X_1, X_2, \dots, X_n and null hypothesis gamma distribution with a specific shape parameter β as follows:

$$H_0: X = \text{Gamma}(\beta)$$

$$H_a: X \neq \text{Gamma}(\beta)$$

Sequential Test Statistics: Skewness test ($\sqrt{b_1}$) and Q-statistic (Q) as given in (3.8) and (3.9) Then, the confidence interval with the significance level is

$$\sqrt{b_1}_{(1-\alpha_1/2)} < \sqrt{b_1} < \sqrt{b_1}_{(\alpha_1/2)} \quad \text{and} \quad Q_{(1-\alpha_2/2)} < Q < Q_{(\alpha_2/2)}$$

Here, if the sample is not included in both of the confidence intervals, the null hypothesis should be rejected. And the overall significance level for the sequential tests comes from significance levels for each test statistics.

3.5 Power Study

After calculating the critical values, a power study will be conducted to evaluate the effectiveness of the sequential test by using different samples generated from different distributions for a goodness-of-fit test. In other words, the power can be illustrated by the probability of rejection (rejection rate) of null hypothesis correctly when it is not true.

To facilitate a comparative power analysis, the power values for this thesis will be compared to the power in the thesis works for gamma distribution from Viviano [23] using a modified Kolmogorov-Smirnov (K-S), Anderson-Darling (A^2), and Cramer-Von Mises Test (W^2); and from Ozmen [18] using a modified Anderson-Darling Test.

The power study will be conducted for the validity of the sequential test. Two components will be conducted separately to evaluate the better of the two tests. A one-sided test for skewness and Q-Statistic will also be conducted separately depending on the rejection region in the tail since it must improve the power if it expects a potential discrepancy between the null hypothesis and the alternative hypothesis. The directional test for skewness will be powerful based on the upper tail of the alternative distribution. For negatively skewed alternatives, the lower tail of skewness should be employed [5:403].

3.5.1 Monte Carlo Procedure. The Monte Carlo Procedure will also be employed for the power study. The Monte Carlo simulation can measure the correct rejection rate for the null hypothesis against the alternative hypothesis. The algorithm is almost identical except for the generation of random deviates for the alternative hypothesis. Replications are 40,000 instead of 100,000, and then the calculation for the power (rejection rate) can be accomplished. The Monte Carlo Procedure will conduct test statistics with significance levels of α from 0.01 to 0.20, and the corresponding critical values for the two sided test are $\alpha/2$ and $1 - (\alpha/2)$. According to the empirical rule, approximately 95% of the measurements can be formed by $\hat{p} \pm 2\sigma_{\hat{p}}$, where standard error $(\hat{p}) = \sqrt{pq/n}$, and estimate of a proportion [14:9,326].
 $\hat{p} = \# \text{ of samples rejected}/40,000$.

The correct estimates to the first two decimal places are valid enough as long as they are within ± 0.005 of the true values.

3.5.2 Alternate distributions

Viviano used ten different alternate distributions with sample sizes equal to 5, 15, and 25 in his thesis work. The null hypothesis is gamma distribution with shape $\beta = 1.5$ and $\beta = 4.0$. The alternate distributions are

- $\text{Gamma}(\beta = 1.5)$
- $\text{Gamma}(\beta = 2.5)$
- $\text{Gamma}(\beta = 4)$
- $\text{Weibull}(\beta = 2.0)$
- $\text{Weibull}(\beta = 3.0)$
- $\text{Normal}(10,1)$
- $\text{Beta}(p = 1, q = 2)$
- $\text{Beta}(p = 1, q = 3)$
- $\text{Lognormal}(\rho = 1, \omega = 0)$
- $\text{Lognormal}(\rho = 2, \omega = 0)$

Ozmen used sample sizes 5(5)30 and significance levels 0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20.

The Ozmen alternatives were tested with null hypothesis from gamma distribution with the shape parameters 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, and 3.0, versus the alternate distributions. The Ozmen alternatives are

- Gamma distribution that is used in the null hypothesis is taken as the alternate distribution for the validation of the power study
- $\text{Gamma}(\beta = 2.5)$
- $\text{Gamma}(\beta = 4)$
- $\text{Weibull}(\beta = 2.0)$
- $\text{Weibull}(\beta = 3.0)$
- $\text{Uniform}(10,15)$
- $\text{Lognormal}(\rho = 1, \omega = 0)$
- $\text{Lognormal}(\rho = 2, \omega = 0)$
- $\text{Beta}(p = 1, q = 1)$
- $\text{Beta}(p = 2, q = 2)$

Ozmen conducted 5,000 trials for his power study in his thesis work. This research will use sample sizes up to 50 to validate using the sequential GOF test.

To generate the random variates from each of the alternate distributions, the MATLAB Statistics Toolbox was used. The specific MATLAB functions are shown in Table 3.2.

Table 3.2 MATLAB Random Variate Generators Function

Distribution	Gamma	Weibull	Normal	Beta	Uniform	Lognormal
Matlab Function	gamrnd	weibrnd	normrnd	betarnd	unifrnd	lognrnd

The theoretical moments of skewness and Q-statistic for alternate distributions were shown in Table 3.3. We can theoretically recognize the moment's discrepancy of skewness and Q-statistic between the null hypothesis and the alternate hypothesis.

Table 3.3 Moments of Alternate Distributions

Distribution	Skewness	Q-statistic
Gamma ($\beta = 0.5$)	2.5609	3.2104
Gamma ($\beta = 1.0$)	1.9943	2.8591
Gamma ($\beta = 1.5$)	1.6042	2.7507
Gamma ($\beta = 2.0$)	1.4016	2.6989
Gamma ($\beta = 2.5$)	1.2661	2.6741
Gamma ($\beta = 3.0$)	1.1346	2.6537
Gamma ($\beta = 3.5$)	1.0857	2.6534
Gamma ($\beta = 4.0$)	1.0091	2.6425
Beta (1,1)	0.0000	1.8968
Beta (2,2)	0.0000	2.187
Beta (2,3)	0.2799	2.2726
Weibull (1,2)	0.6276	2.4781
Weibull (1,3)	0.1613	2.4748
Normal (0,1)	0.0000	2.5839
Normal (10,1)	-0.0166	2.5895
Uniform (0,2)	0.0000	1.8967
Uniform (10,15)	0.0000	1.8981
Lognormal (0,1)	5.860	3.7434
Lognormal (0,2)	92.0139	6.7360

3.5.3 Implementation The power study for the sequential test will be conducted using various alternate distributions. After conducting the sequential test, the next step is conducting the two-sided skewness and Q-statistic tests individually with the same alternate distribution to examine which test is more powerful. These results will help us decide the combination of significance levels for sequential tests from each test. The next step is conducting a power study for directional one-sided skewness and Q-statistic separately. Table 3.4 illustrates which side will be analyzed for one-sided skewness and Q-statistic.

3.6 Verification

The goal of the verification process is to produce a model that represents true system behavior closely enough for the model to be used as a substitute for the actual system. Thus, I've used some of the techniques for debugging the computer program of a simulation model. The verification processes are

- Make a flow chart that includes each logically possible action a system can take for each step.
- Divide some important subprograms depending on the flow chart. Then, debug them.
- Then add some other required subprograms.
- Display the simulation output and then, closely check if program is logically effective for the research.

Table 3.4 One-sided Tests

H_0	H_a	Tail Tested(skewness)	Tail Tested(Q -statistic)
Gamma $(\beta = 0.5)$	Gamma(1.5)	lower	lower
	Gamma(2.5)	lower	lower
	Weibull(2)	lower	lower
	Weibull(3)	lower	lower
	Uniform(10,15)	lower	lower
	Lognormal(1)	upper	upper
	Lognormal(2)	upper	upper
	Beta(1,1)	lower	lower
	Beta(2,2)	lower	lower
Gamma $(\beta = 1.5)$	Gamma(1)	upper	upper
	Gamma(2.5)	lower	lower
	Weibull(2)	lower	lower
	Weibull(3)	lower	lower
	Uniform(10,15)	lower	lower
	Lognormal(1)	upper	upper
	Lognormal(2)	lower	upper
	Beta(1,1)	lower	lower
	Beta(2,2)	lower	lower
Gamma $(\beta = 2.5)$	Gamma(1.5)	upper	upper
	Gamma(3)	lower	lower
	Weibull(2)	lower	lower
	Weibull(3)	lower	lower
	Uniform(10,15)	lower	lower
	Lognormal(1)	upper	upper
	Lognormal(2)	upper	upper
	Beta(1,1)	lower	lower
	Beta(2,2)	lower	lower
Gamma $(\beta = 3.0)$	Gamma(1.5)	upper	upper
	Gamma(2.5)	upper	upper
	Weibull(2)	lower	lower
	Weibull(3)	lower	lower
	Uniform(10,15)	lower	lower
	Lognormal(1)	upper	upper
	Lognormal(2)	upper	upper
	Beta(1,1)	lower	lower
	Beta(2,2)	lower	lower

The following Table 3.5 summarizes the results of the power studies.

Table 3.5 Summary of Power Study

H_0	H_a	Test Statistics				
		Sequential	Skewness (Two-sided)	Q-Statistics (Two-sided)	Skewness (One-sided)	Q-Statistics (One-sided)
$\beta = 0.5$	Beta(1,1)	✓		✓	✓	✓
	Beta(2,2)	✓		✓	✓	✓
	Gamma(1,0.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,1.5)				✓	
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓	✓	✓
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓	✓	✓
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Uniform(10,15)	✓	✓	✓	✓	✓
	Weibull(1,2)	✓	✓	✓	✓	✓
$\beta = 1.0$	Weibull(1,3)	✓	✓	✓	✓	✓
	Beta(1,1)	✓	✓	✓		
	Beta(2,2)	✓	✓	✓		
	Beta(2,3)	✓	✓	✓		
	Normal(0,1)	✓	✓	✓		
	Uniform(0,2)	✓	✓	✓		
	Uniform(10,15)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,1)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,3.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
$\beta = 1.5$	Weibull(1,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Weibull(1,3)	✓	✓	✓	✓	✓
	Beta(1,1)	✓	✓	✓	✓	✓
	Beta(2,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Gamma(1,1)				✓	✓
	Gamma(1,1.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓	✓	✓
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓	✓	✓
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓	✓	✓

H_0	H_a	Test Statistics				
		Sequential	Skewness (Two-sided)	Q-Statistics (Two-sided)	Skewness (One-sided)	Q-Statistics (One-sided)
$\beta = 2.0$	Beta(1,1)	✓	✓	✓		
	Beta(2,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,0.5)	✓				
	Gamma(1,1)	✓				
	Gamma(1,1.5)	✓				
	Gamma(1,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓		
	Uniform(10,15)	✓	✓	✓		
	Weibull(1,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Weibull(1,3)	✓	✓	✓	✓	✓
$\beta = 3.0$	Beta(1,1)	✓	✓	✓	✓	✓
	Beta(2,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Gamma(1,1.5)				✓	✓
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓	✓	✓
	Gamma(1,3)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓		✓
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓		✓
	Uniform(10,15)	✓	✓	✓		✓
	Weibull(1,2)	✓	✓		✓	✓
	Weibull(1,3)	✓	✓		✓	✓
$\beta = 3.5$	Beta(2,2)	✓	✓	✓		
	Beta(2,3)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,1)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,3.5)	✓	✓	✓		
	Normal(0,1)	✓	✓	✓		
	Uniform(0,2)	✓	✓	✓		
	Weibull(1,2)		✓	✓		
$\beta = 4.0$	Beta(1,1)	✓	✓	✓		
	Beta(2,2)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,1.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,2.5)	✓	✓	✓		
	Gamma(1,4)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,1)	✓	✓	✓		
	Lognormal(0,2)	✓	✓	✓		
	Normal(10,1)	✓				
	Weibull(1,2)	✓	✓	✓	✓	✓
	Weibull(1,3)	✓	✓	✓	✓	✓

IV. RESULTS AND ANALYSIS

4.1 Joint Distribution of Skewness and Q-statistic

Understanding the joint distribution trend of sample skewness and sample Q-statistic may explain the power study for the various gamma shape parameters and sample sizes. The relationship between two test statistics and the usual shape of the joint distribution are illustrated in Figure 4.1 through 4.4. Clough explained well about the joint distribution in his thesis works [2:4.1-4.7]. These plots were created by 10,000 samples with specified shape parameter and sample size, and plot the joint distribution. And then, compare with the theoretical values shown in Table 3.2. The dot “.” represents each sample, and an “*” represents the joint theoretical value.

We can discover some reasonable observations from the joint plotting. The theoretical moments for the larger shape parameters are closer than for the smaller shape parameter. This means that for shapes less than 2 with small sample sizes it is difficult to identify these test statistics due to the variability. For these shapes, the magnitudes of sample moments are large enough, so that the sample moments get closer to the theoretical moments as sample size increases.

The smaller shapes tend to be more correlated with each other than for larger shapes. As we can discover from the joint distribution plotting, the high degree of correlation can be interpreted to mean that one of two test statistics may dominate the other test statistic.

Another remarkable observation is the density of samples in size $n=5$ for various shape parameters. The sample moments are denser in the skewness test statistic side at

smaller shape parameters and are spread evenly for increasing shape parameters. These movements of density demonstrated that the probability density function of gamma distribution is more skewed at smaller shape parameters. It moves to the right and becomes less skewed as the shape parameter increases. Also, for sample size $n=5$ we see the same fishtail pattern at various shape parameters. This means that the joint distribution plotting might have identical boundaries at $n=5$ for various shape parameters.

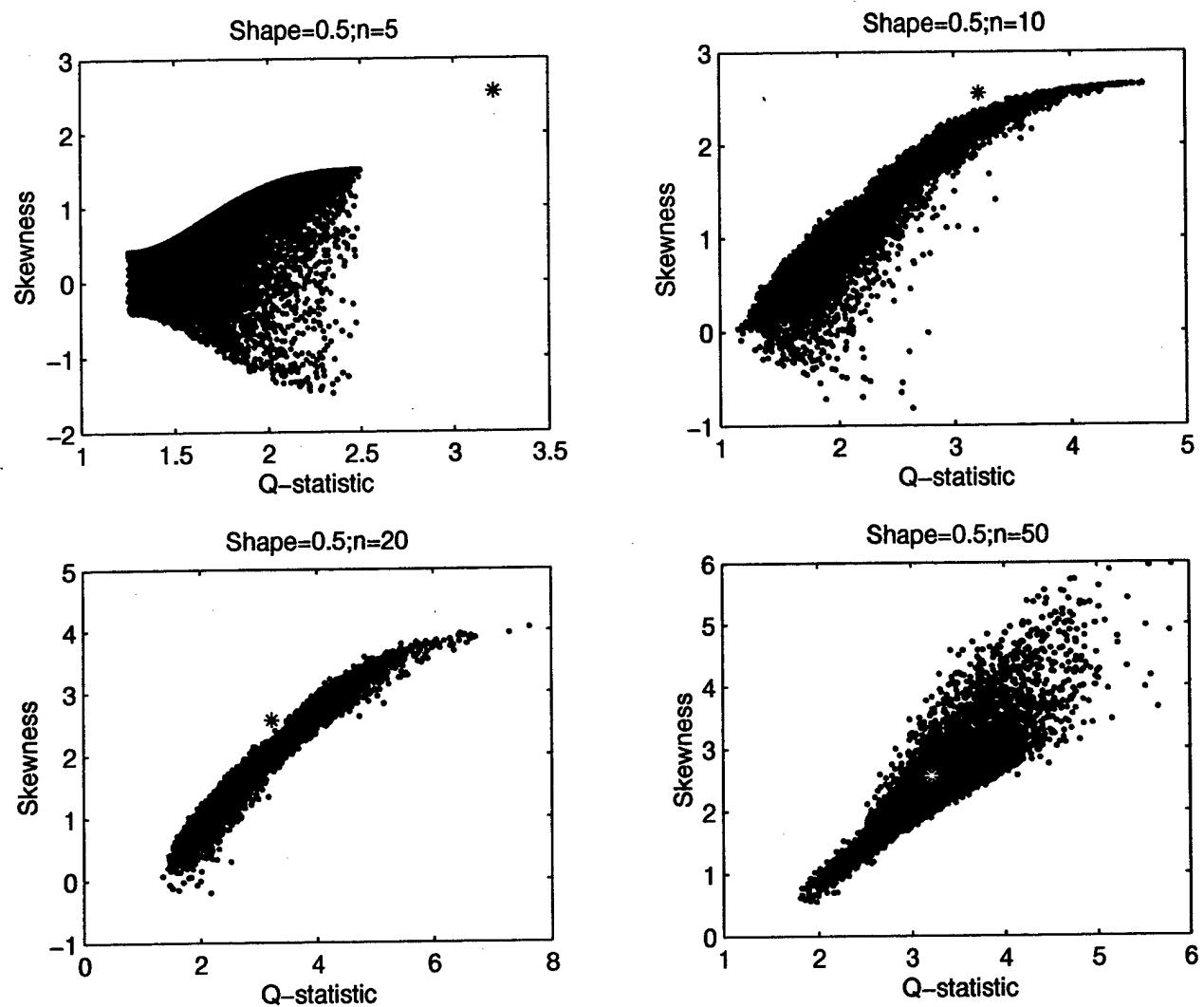


Figure 4.1 Joint Distribution for Shape $\beta = 0.5$

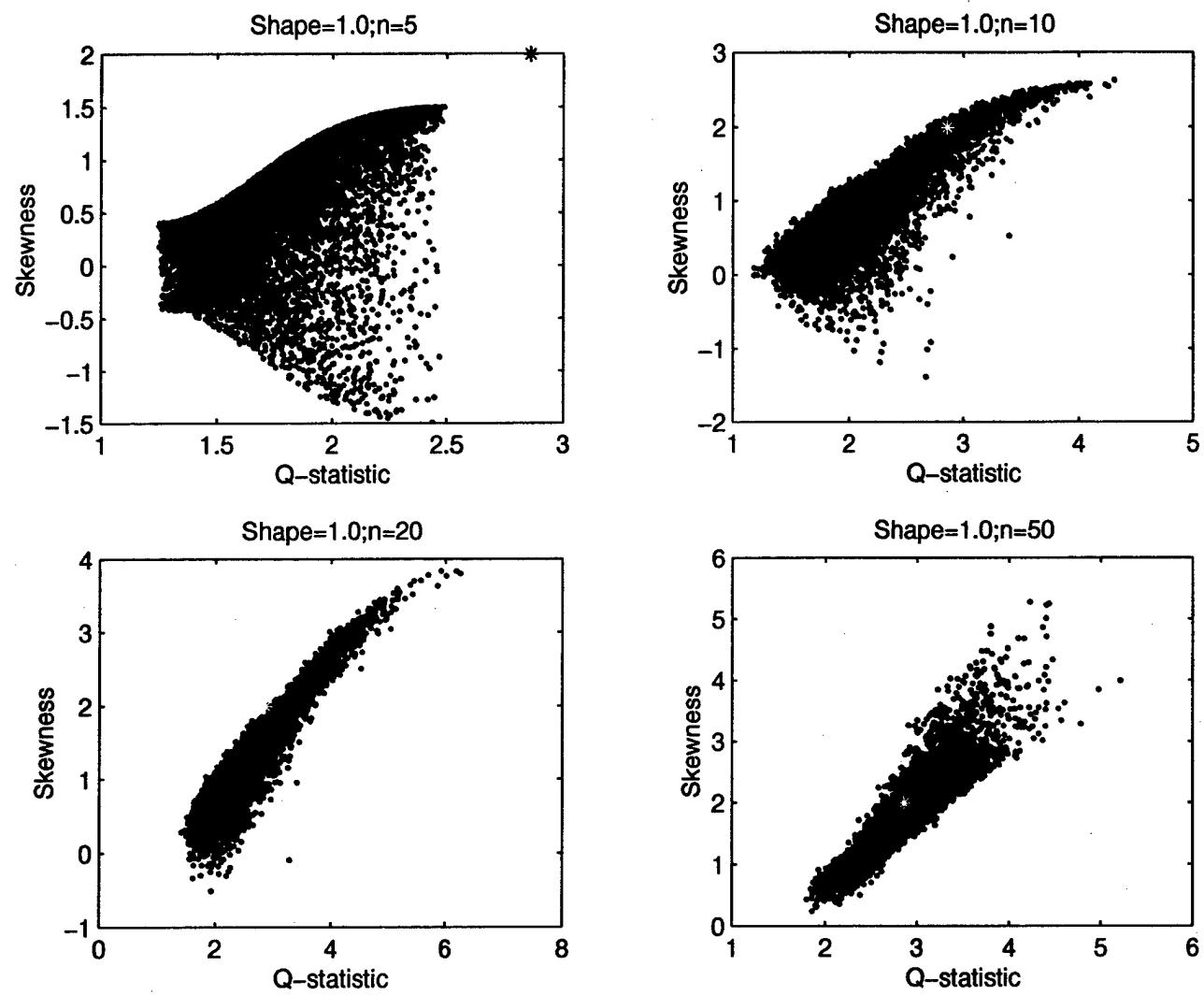


Figure 4.2 Joint Distribution for Shape $\beta = 1.0$

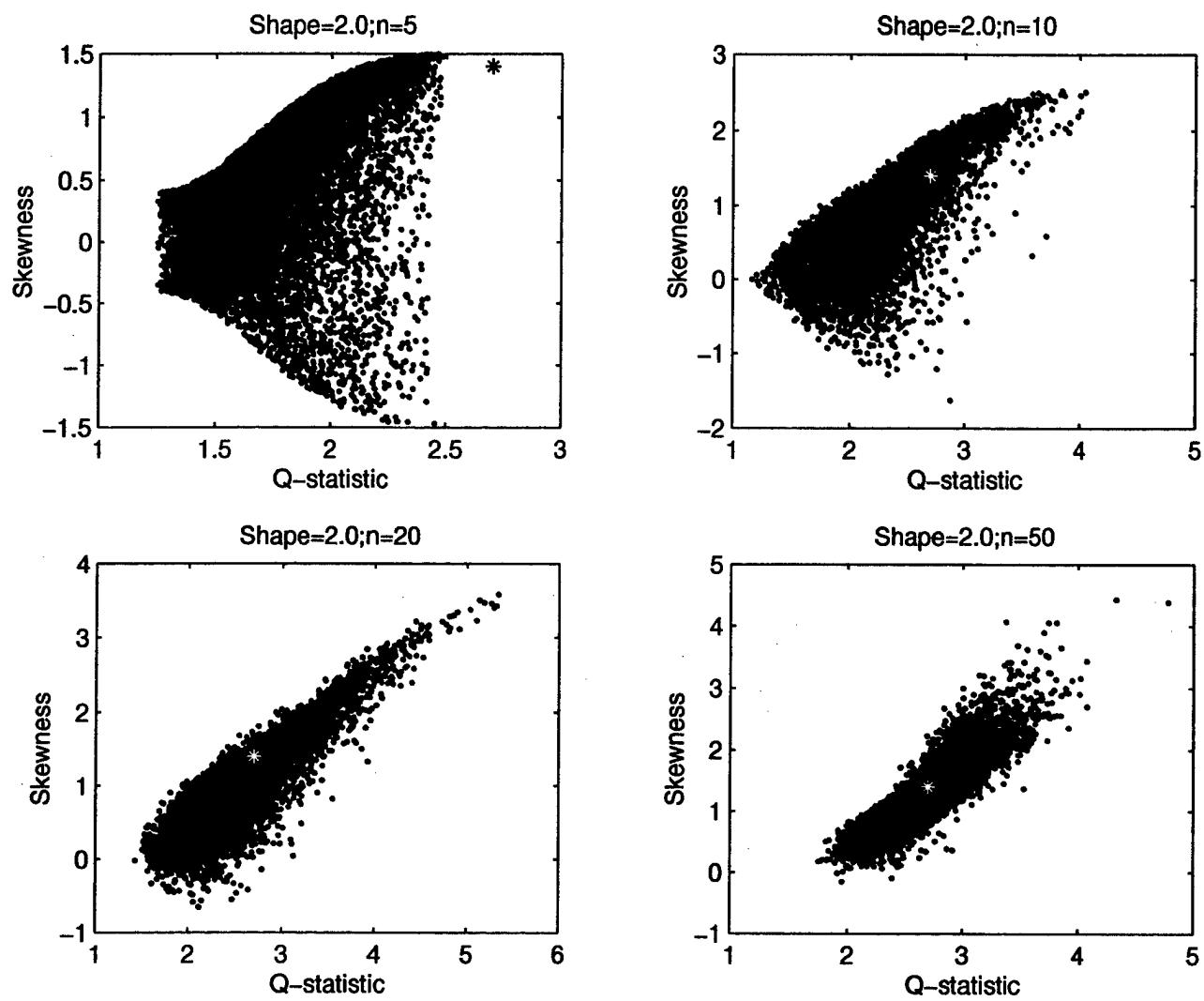


Figure 4.3 Joint Distribution for Shape $\beta = 2.0$

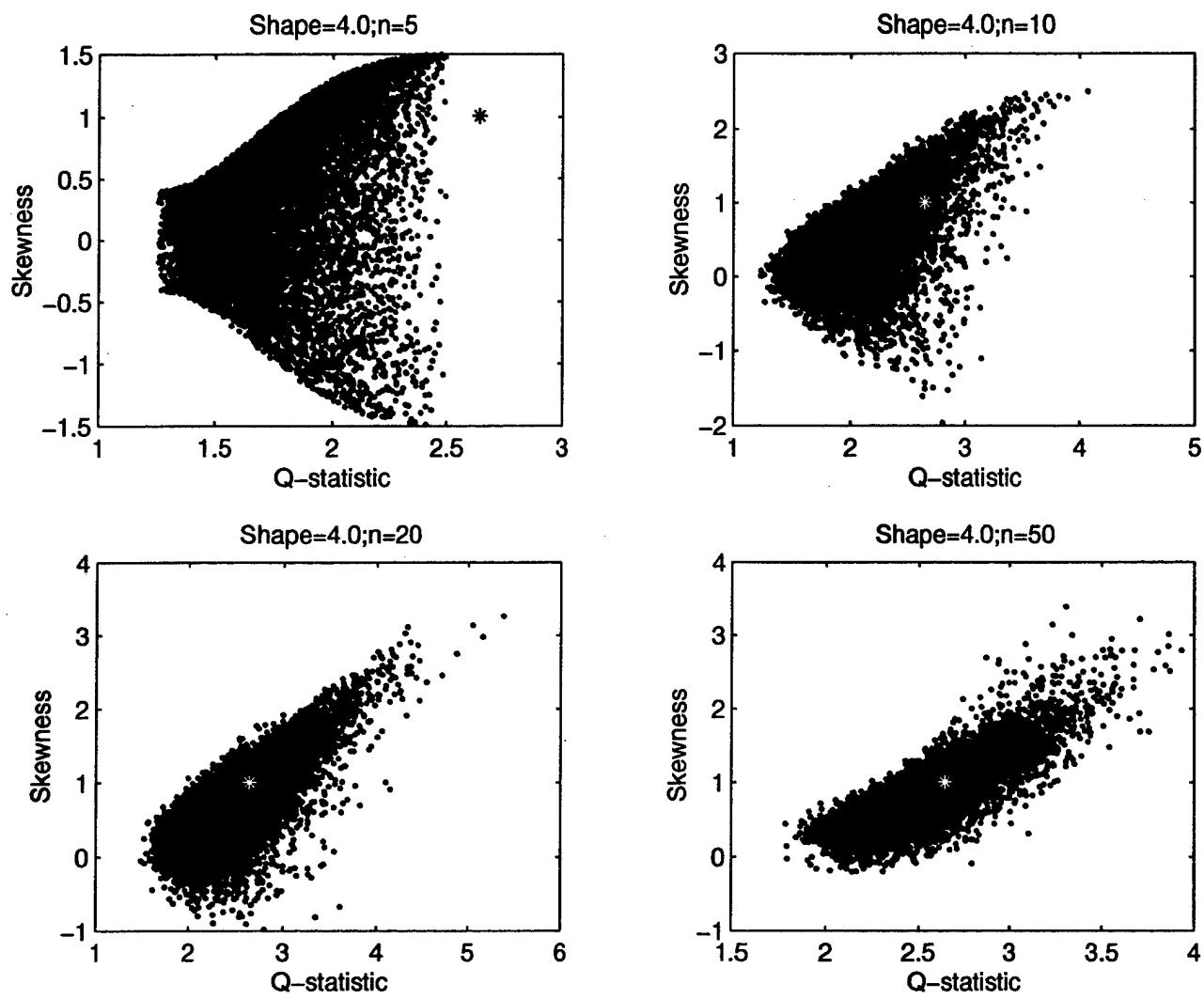


Figure 4.4 Joint Distribution for Shape $\beta = 4.0$

4.2 Critical Values

The critical values for a GOF test are the value to which the test statistics from a sample is compared to determine whether or not the null hypothesis is rejected. These values depend on the significance levels at which the test is carried out. The critical values in this research were calculated for each gamma shape parameter $\beta = 0.5(0.5)4$ at sample sizes $n=5(5)50$ and significance levels $0.005(0.005)0.10$ and $0.1(0.01)0.20$. The critical values are derived from Monte Carlo simulation for this research and are presented in Table 4.1 for skewness and Table 4.2 for Q-statistic for $\beta= 0.5$ as an example. All other Tables are given in Appendix A.

4.2.1 Application of Critical Values

The use of these critical value tables is demonstrated for convenience. Let's assume that the calculated skewness value ($\sqrt{b_1}$) from some sample is 3.112 with sample size $n = 20$ and shape parameter $\beta= 0.5$. We perform a two-sided skewness test with significance level of 0.01. The significance levels are $0.01/2 = 0.005$ for the lower tail and $1-(0.001/2) = 0.995$ for the upper tail. The skewness critical values for the test are $\sqrt{b_1}_{(0.005)} = 0.364$ and $\sqrt{b_1}_{(0.995)} = 3.689$. The null hypothesis will be rejected if and only if the sample skewness value falls in the rejection region. Hence, the rejection region would be either $\sqrt{b_1} \leq \sqrt{b_1}_{(0.005)}$ or $\sqrt{b_1} \geq \sqrt{b_1}_{(0.995)}$. Since $\sqrt{b_1}_{(0.005)} = 0.364 \leq \sqrt{b_1} = 3.112 \leq \sqrt{b_1}_{(0.995)} = 3.689$, the null hypothesis cannot be rejected at significance level 0.01. Consider the skewness test conducted with significance level of 0.1 instead of 0.01. The critical values for the lower tail and upper tail would be 0.758 and 3.061 successively,

and null hypothesis will be rejected because that $\sqrt{b_1} = 3.112$ is greater than

$\sqrt{b_{1(0.995)}} = 3.061$ at the upper tail.

4.2.2 Observation of Critical Values

We gain some good insights when we look at the critical values for each skewness and Q-statistic with shape parameters at different significance levels. If we have some insight about the critical values, it would be helpful for us to understand the power study. Figures 4.5 and 4.6 illustrate the behavior of critical values graphically depending on shape, sample size and different significance levels (0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 0.99). The tendency of the upper tail will be drawn by dotted lines and solid lines will be used for the lower tail.

Table 4.1a Skewness Lower Tail Critical Values Shape $\beta = 0.5$

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	-0.964	-0.745	-0.602	-0.507	-0.436	-0.398	-0.368	-0.339	-0.31	-0.283
10	-0.161	-0.025	0.047	0.103	0.15	0.189	0.224	0.255	0.282	0.309
15	0.175	0.284	0.35	0.403	0.444	0.479	0.512	0.539	0.565	0.589
20	0.364	0.466	0.532	0.582	0.619	0.654	0.683	0.71	0.736	0.758
25	0.522	0.615	0.675	0.721	0.758	0.791	0.82	0.845	0.869	0.891
30	0.623	0.717	0.775	0.821	0.855	0.886	0.915	0.94	0.962	0.984
35	0.72	0.807	0.862	0.907	0.943	0.975	1.004	1.03	1.052	1.072
40	0.797	0.878	0.933	0.973	1.009	1.039	1.066	1.091	1.114	1.133
45	0.854	0.938	0.995	1.037	1.07	1.101	1.127	1.151	1.172	1.193
50	0.914	0.994	1.047	1.086	1.122	1.15	1.175	1.197	1.218	1.238

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	-0.004	0.034	0.069	0.102	0.135	0.165	0.194	0.22	0.245	0.268
10	0.527	0.555	0.582	0.606	0.63	0.653	0.676	0.698	0.72	0.74
15	0.789	0.813	0.838	0.862	0.885	0.908	0.929	0.951	0.972	0.991
20	0.953	0.978	1.002	1.025	1.046	1.067	1.087	1.108	1.128	1.145
25	1.08	1.103	1.127	1.149	1.17	1.191	1.21	1.229	1.248	1.267
30	1.168	1.192	1.216	1.237	1.258	1.278	1.298	1.318	1.337	1.355
35	1.251	1.274	1.296	1.318	1.339	1.359	1.377	1.396	1.415	1.433
40	1.313	1.335	1.358	1.378	1.398	1.417	1.437	1.457	1.476	1.493
45	1.366	1.389	1.412	1.432	1.451	1.47	1.49	1.509	1.527	1.545
50	1.413	1.435	1.457	1.478	1.499	1.518	1.536	1.555	1.572	1.591

Table 4.1b Skewness Upper Tail Critical Values Shape $\beta = 0.5$

Sample Size	Significance Level ($1 - \alpha$)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	1.498	1.496	1.493	1.491	1.488	1.485	1.482	1.479	1.475	1.472
10	2.599	2.565	2.533	2.507	2.482	2.458	2.434	2.412	2.39	2.37
15	3.242	3.159	3.094	3.04	2.987	2.94	2.897	2.862	2.824	2.788
20	3.689	3.56	3.465	3.384	3.314	3.251	3.196	3.147	3.102	3.061
25	4.032	3.854	3.723	3.624	3.536	3.457	3.392	3.333	3.274	3.22
30	4.261	4.045	3.892	3.783	3.684	3.602	3.526	3.456	3.395	3.342
35	4.476	4.215	4.031	3.903	3.795	3.7	3.62	3.554	3.492	3.436
40	4.637	4.356	4.173	4.02	3.902	3.803	3.714	3.637	3.563	3.503
45	4.785	4.463	4.259	4.102	3.977	3.875	3.785	3.71	3.641	3.578
50	4.85	4.533	4.33	4.164	4.042	3.924	3.824	3.746	3.671	3.609

Sample Size	Significance Level ($1 - \alpha$)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	1.421	1.412	1.401	1.39	1.379	1.368	1.356	1.344	1.33	1.317
10	2.148	2.113	2.081	2.048	2.016	1.983	1.952	1.923	1.893	1.864
15	2.454	2.409	2.366	2.324	2.285	2.245	2.209	2.176	2.144	2.113
20	2.657	2.607	2.559	2.516	2.476	2.437	2.404	2.371	2.339	2.307
25	2.791	2.739	2.69	2.647	2.605	2.564	2.526	2.49	2.456	2.424
30	2.887	2.834	2.788	2.741	2.699	2.658	2.619	2.584	2.549	2.516
35	2.969	2.916	2.866	2.819	2.775	2.732	2.693	2.655	2.622	2.587
40	3.016	2.963	2.911	2.862	2.819	2.779	2.74	2.701	2.665	2.633
45	3.073	3.017	2.964	2.914	2.872	2.829	2.789	2.75	2.715	2.681
50	3.106	3.053	3.005	2.958	2.914	2.874	2.835	2.799	2.761	2.727

Table 4.2a Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape $\beta = 0.5$

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	1.274	1.285	1.296	1.305	1.313	1.321	1.328	1.334	1.341	1.347
10	1.354	1.403	1.438	1.466	1.487	1.506	1.524	1.54	1.554	1.567
15	1.534	1.593	1.63	1.658	1.683	1.705	1.725	1.744	1.762	1.776
20	1.653	1.721	1.765	1.8	1.828	1.851	1.872	1.891	1.911	1.929
25	1.75	1.81	1.854	1.889	1.919	1.945	1.967	1.989	2.008	2.025
30	1.819	1.883	1.926	1.961	1.993	2.017	2.041	2.061	2.082	2.1
35	1.892	1.961	2.007	2.042	2.072	2.101	2.123	2.145	2.165	2.183
40	1.954	2.022	2.067	2.106	2.135	2.161	2.185	2.206	2.225	2.243
45	1.996	2.069	2.115	2.151	2.182	2.209	2.233	2.252	2.27	2.287
50	2.044	2.114	2.156	2.193	2.222	2.246	2.269	2.29	2.308	2.325

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	1.418	1.429	1.44	1.45	1.461	1.47	1.481	1.491	1.501	1.511
10	1.691	1.708	1.725	1.742	1.757	1.772	1.787	1.801	1.816	1.831
15	1.926	1.945	1.964	1.983	2.001	2.02	2.036	2.054	2.071	2.086
20	2.09	2.113	2.134	2.155	2.175	2.195	2.214	2.234	2.252	2.27
25	2.186	2.208	2.229	2.248	2.268	2.286	2.306	2.322	2.34	2.357
30	2.259	2.28	2.301	2.32	2.339	2.359	2.376	2.394	2.411	2.427
35	2.34	2.362	2.382	2.4	2.418	2.436	2.454	2.472	2.488	2.505
40	2.405	2.425	2.446	2.465	2.483	2.501	2.517	2.534	2.551	2.568
45	2.442	2.462	2.481	2.5	2.519	2.536	2.553	2.569	2.585	2.602
50	2.479	2.499	2.517	2.535	2.553	2.57	2.586	2.603	2.619	2.634

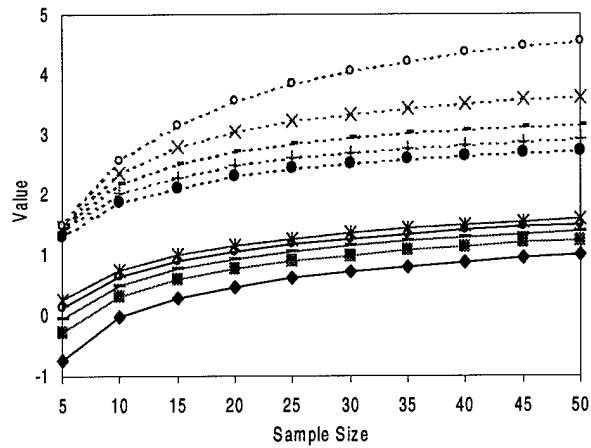
Table 4.2b Q-statistic Upper Tail Critical Values Shape $\beta = 0.5$

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	2.465	2.447	2.432	2.419	2.406	2.394	2.384	2.373	2.363	2.353
10	4.124	3.965	3.851	3.762	3.691	3.632	3.579	3.532	3.487	3.447
15	5.062	4.802	4.632	4.508	4.405	4.317	4.236	4.169	4.107	4.05
20	5.739	5.422	5.208	5.046	4.924	4.819	4.728	4.643	4.567	4.498
25	5.363	5.08	4.883	4.742	4.626	4.534	4.454	4.389	4.33	4.27
30	5.107	4.851	4.681	4.567	4.479	4.399	4.328	4.272	4.218	4.172
35	5.019	4.781	4.642	4.546	4.456	4.387	4.322	4.264	4.214	4.17
40	5.027	4.79	4.649	4.545	4.462	4.393	4.336	4.288	4.238	4.194
45	4.893	4.676	4.538	4.445	4.362	4.301	4.249	4.198	4.154	4.115
50	4.778	4.583	4.466	4.371	4.298	4.239	4.187	4.144	4.102	4.067

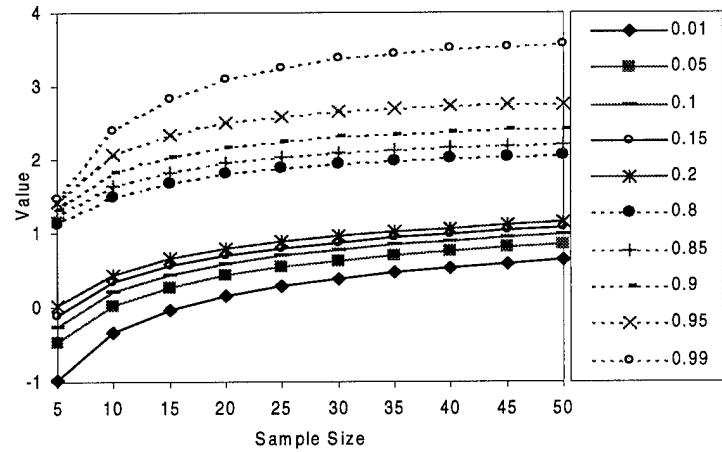
Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	2.256	2.241	2.228	2.215	2.201	2.188	2.175	2.162	2.149	2.136
10	3.11	3.068	3.028	2.989	2.954	2.92	2.885	2.857	2.828	2.799
15	3.605	3.549	3.5	3.453	3.409	3.369	3.329	3.291	3.257	3.225
20	3.973	3.912	3.856	3.804	3.755	3.709	3.665	3.622	3.581	3.543
25	3.835	3.787	3.74	3.695	3.655	3.616	3.579	3.543	3.509	3.478
30	3.8	3.755	3.711	3.673	3.637	3.604	3.57	3.54	3.51	3.482
35	3.814	3.772	3.732	3.696	3.661	3.629	3.598	3.566	3.538	3.511
40	3.844	3.804	3.765	3.73	3.697	3.666	3.636	3.608	3.581	3.554
45	3.798	3.76	3.725	3.693	3.661	3.633	3.605	3.578	3.553	3.53
50	3.775	3.739	3.708	3.678	3.65	3.623	3.597	3.573	3.548	3.525

We can make some useful observations on the tendency of the critical values for each test statistic. The lower tail critical values for both skewness and Q-statistic are monotonically increasing with sample size for all shape parameters. On the other hand, the upper tail critical values yield a different tendency according to test statistics. The one for skewness varies depending on the shape parameters. The skewness upper tail critical values for shape parameters $\beta=0.5(0.5)1.5$ are monotonically increasing, but have a decreasing tendency with shape parameter $\beta=2.0$ from a specific sample size. While the Q-statistic upper tail critical values yield a similar trend, the values increase rapidly up to $n = 20$, and then begin to decrease with increasing sample size. The reason for this phenomenon can be explained by the equation for the Q-statistic (Equation 2.15), which uses fractional order statistics if $n\beta$ or $n\alpha$ are not integers.

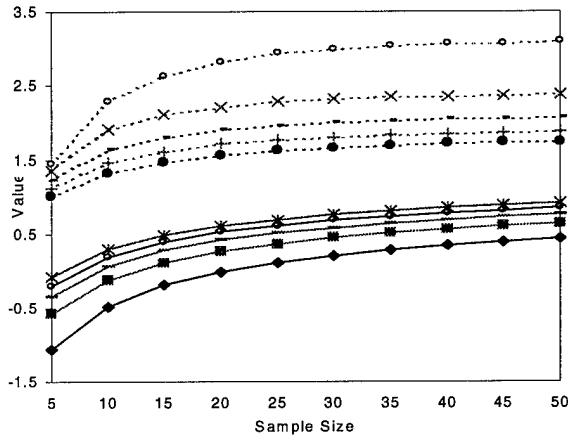
Shape Value ($\beta=0.5$)



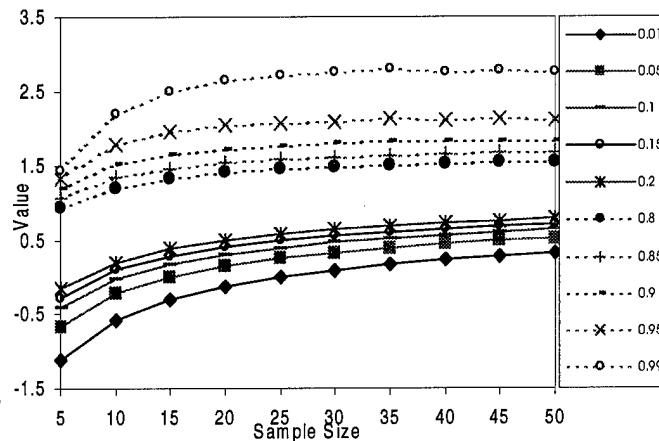
Shape Value ($\beta=1.0$)



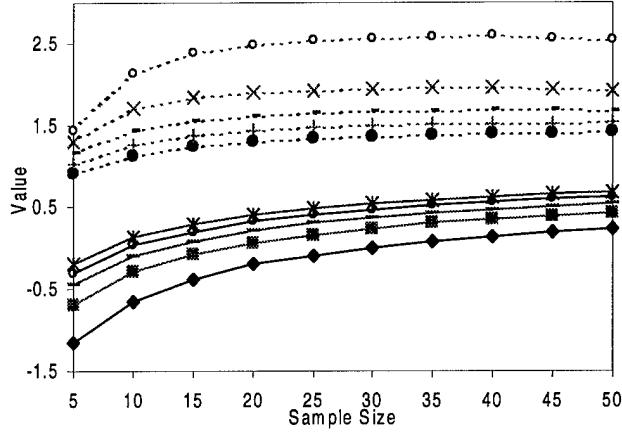
Shape Value ($\beta=1.5$)



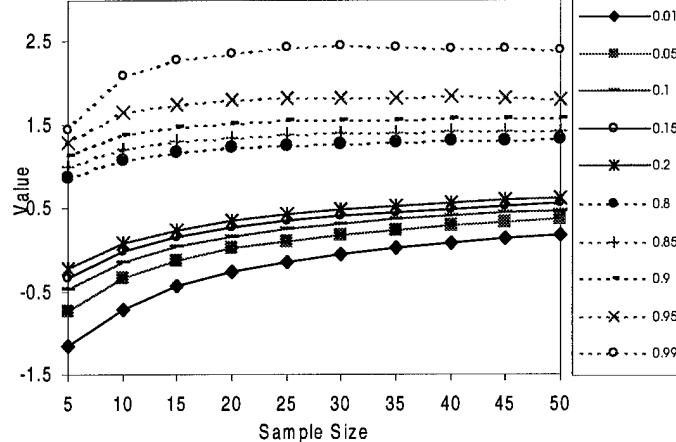
Shape Value ($\beta=2.0$)



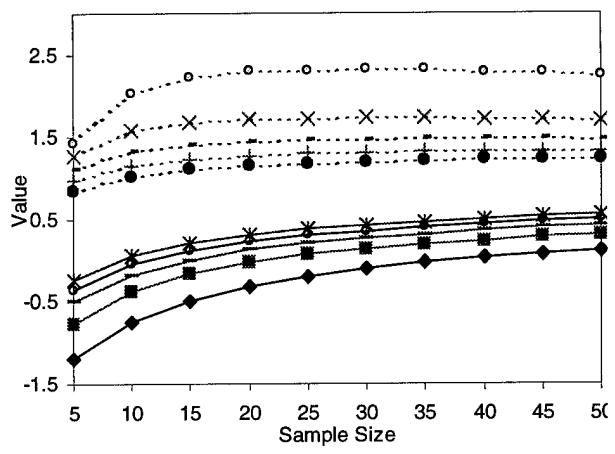
Shape Value ($\beta=2.5$)



Shape Value ($\beta=3.0$)



Shape Value ($\beta=3.5$)



Shape Value ($\beta=4.0$)

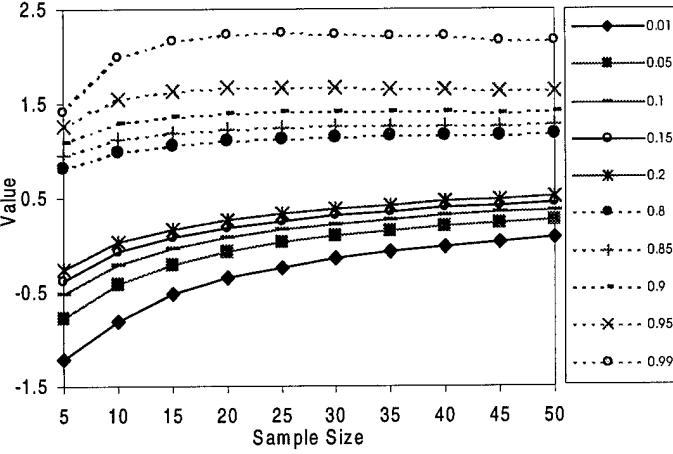
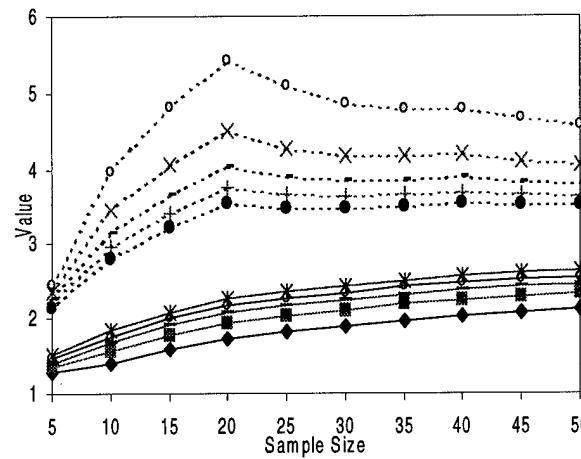
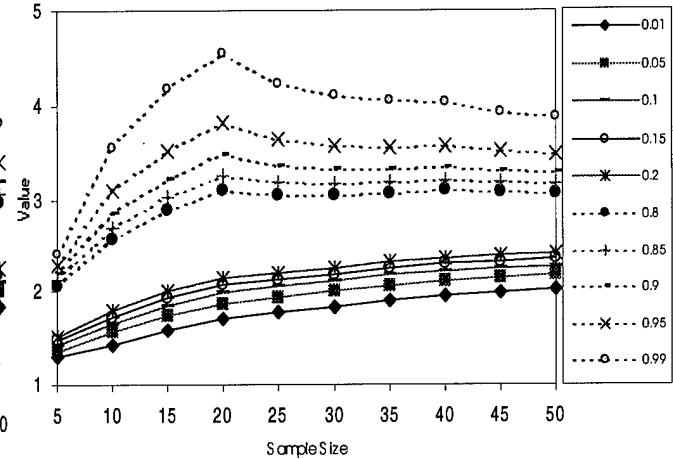


Figure 4.5 Critical Value (Skewness)

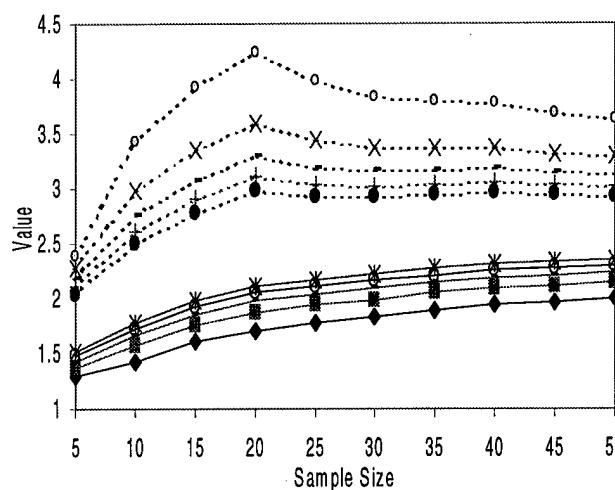
Shape Value ($\beta=0.5$)



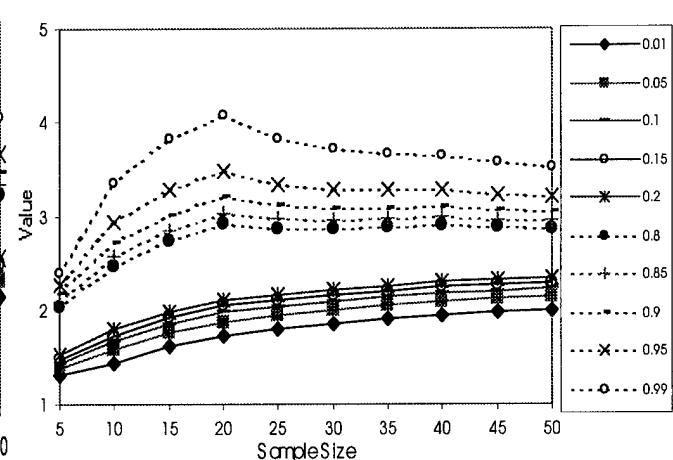
Shape Value ($\beta=1.0$)



Shape Value ($\beta=1.5$)



Shape Value ($\beta=2.0$)



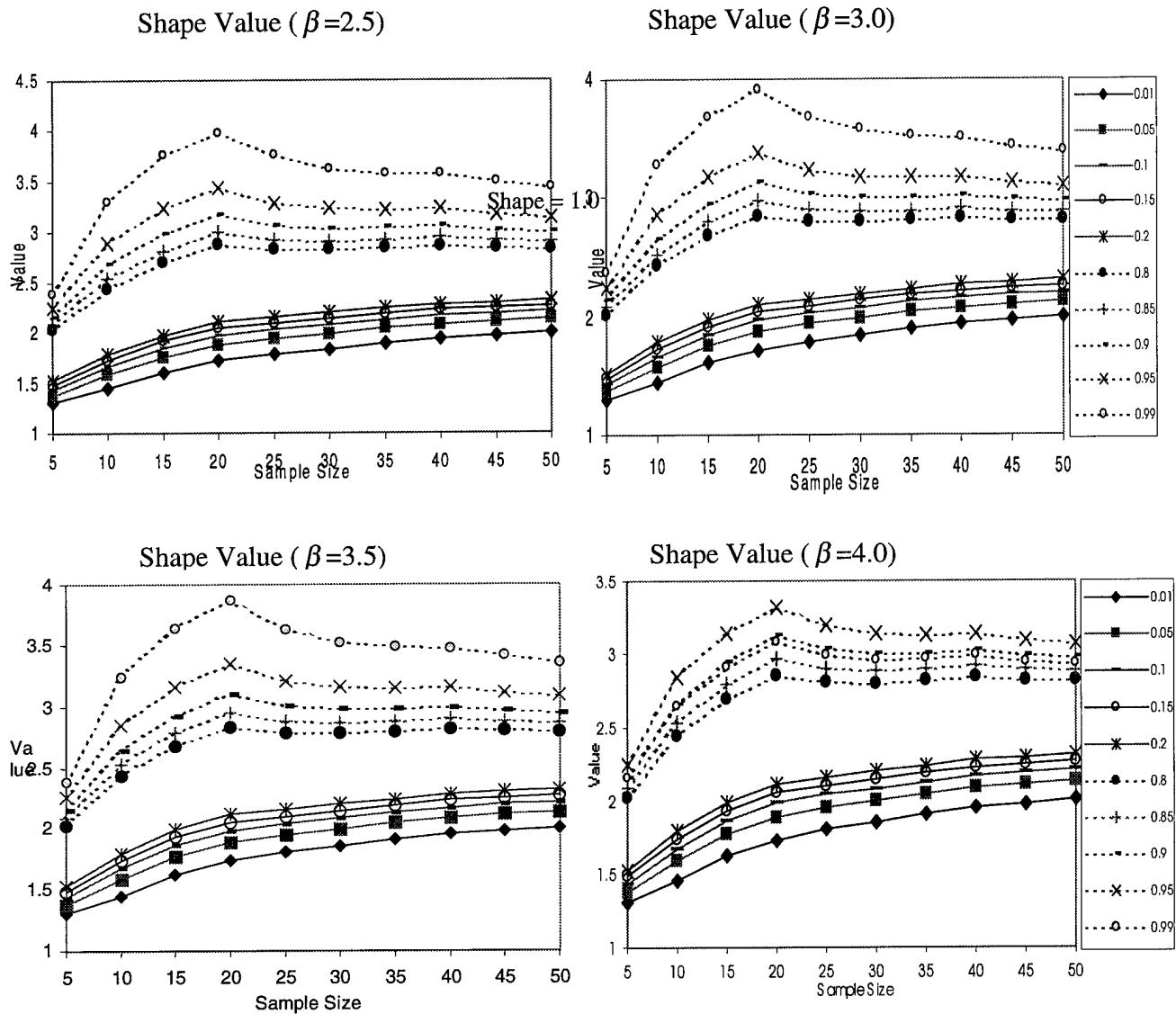


Figure 4.6 Critical Value (Q-statistic)

Up to $n = 20$, U_α is defined to be $X(n)$ and L_α is $X(1)$ so the numerator of the Q-statistic is $X(n) - X(1)$. This must be causing the strange behavior for $n < 20$, but the Q-statistic has smooth monotonically decreasing behavior for $n \geq 20$ in the upper tail critical values.

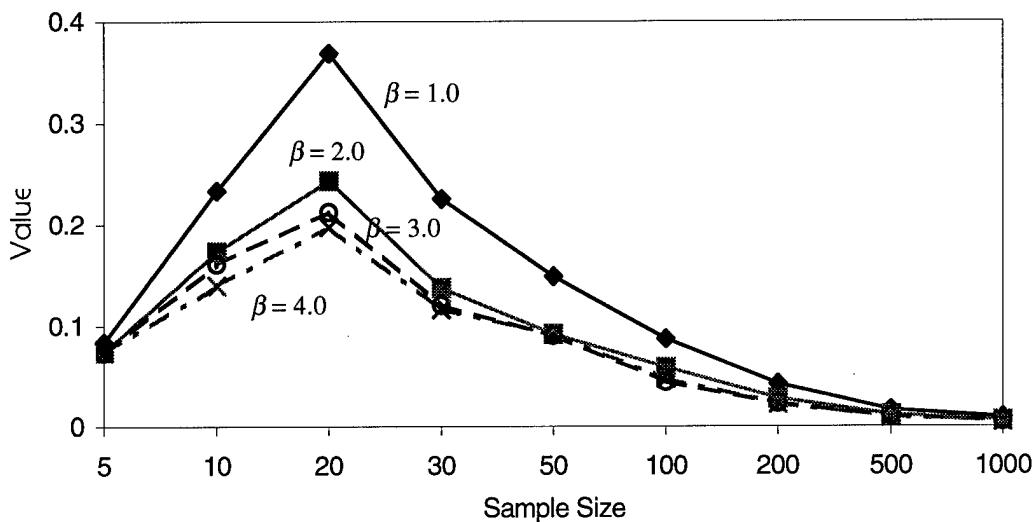


Figure 4.7 Variance of Q-statistic

For example, assume that $n = 5$ with shape parameter $\beta = 1.0$ for the gamma distribution.

Generated pseudo-random numbers are 2.8492, 1.0417, 0.8909, 0.1124, 0.0868 by

descending order. $U_\beta = (2.8492 + 1.0417 + (0.8909/2))/2.5 = 1.73454$,

$L_\beta = (0.0868 + 0.1124 + (0.8909/2))/2.5 = 0.25786$ and $U_\alpha = 2.8492$, $L_\alpha = 0.0868$. The

statistic value Q is 2.790419. Investigating Q-statistic variance values provide other

evidence of the erratic behavior at the small sample sizes. Figure 4.7 depicts this. This

may cause the test to have unpredictable results at sample sizes less than 20.

Another observation about variability in upper/lower tail critical values and tests statistics from the Figure 4.5 and Figure 4.6 gives us some ideas. We observe that the variability of lower tail critical values is less than that of upper tail critical values. The lower variability in the lower tail suggests that a lower tail test be may more powerful than an upper tail test. Also, we can recognize another insight from the variability in test statistics. The critical values of skewness have less variability than that of the Q-statistic.

This fact also hints that the skewness test statistic is more powerful than the Q-statistic. The critical values of $n = 5$ are less varied than other sample sizes for the Q-statistic, and the sample size $n = 5$ may have more power than any other sample size up to $n=50$ for the Q-statistic.

The next useful insight from the graphs is that the tendency of critical values in both skewness and Q-statistic is to converge to the theoretical value (Table 3.2) as sample size increases. This tell us both statistics appear to be consistent, a good property.

4.3 *Attained Significance Levels*

4.3.1 *Introduction*

The overall significance levels for the sequential test can be obtained from the combination of individual significance levels of the test statistics. The Monte Carlo simulation was conducted to get the overall significance levels for shape parameter $\beta = 0.5(0.5)4.0$ and sample sizes $n = 5(5)50$. The simulation yields overall significance levels $= 0.01(0.01)0.2$ for combined test statistics. Table 4.3 illustrates attained significance levels for sequential tests with shape parameter $\beta=1.0$ and sample size $n = 5$. All other significance level Tables are given in the Appendix B.

4.3.2 *Application of Attained Significance Levels*

This section will introduce some procedures for using attained significance levels. To apply the attained significance levels, determine the desired significance level for the sequential test. Given the significance level, search to match the significance levels of the individual skewness and Q-statistic tests using the attained significance table. Go to the

Table 4.3 Attained Significance Levels: Shape $\beta = 1.0, n = 5$

		Significance Levels (<i>Q</i> -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
Significance Levels (Skewness)	0.01	0.018	0.027	0.036	0.045	0.055	0.064	0.074	0.084	0.094	0.104
	0.02	0.028	0.036	0.044	0.053	0.061	0.07	0.08	0.089	0.099	0.109
	0.03	0.037	0.045	0.053	0.061	0.069	0.078	0.086	0.095	0.104	0.114
	0.04	0.047	0.054	0.062	0.07	0.078	0.086	0.094	0.103	0.111	0.12
	0.05	0.057	0.064	0.072	0.079	0.087	0.095	0.103	0.111	0.119	0.127
	0.06	0.067	0.074	0.081	0.088	0.096	0.103	0.111	0.119	0.127	0.135
	0.07	0.077	0.084	0.091	0.098	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.143
	0.08	0.087	0.093	0.1	0.107	0.114	0.122	0.129	0.137	0.144	0.152
	0.09	0.096	0.103	0.11	0.117	0.124	0.131	0.138	0.146	0.153	0.161
	0.1	0.106	0.113	0.12	0.127	0.133	0.14	0.148	0.155	0.162	0.169
	0.11	0.116	0.123	0.13	0.136	0.143	0.15	0.157	0.164	0.171	0.178
	0.12	0.126	0.133	0.139	0.146	0.153	0.159	0.166	0.173	0.18	0.187
	0.13	0.136	0.142	0.149	0.155	0.161	0.168	0.175	0.181	0.188	0.195
	0.14	0.146	0.152	0.158	0.164	0.171	0.177	0.183	0.19	0.196	0.203
	0.15	0.156	0.161	0.168	0.174	0.18	0.186	0.192	0.199	0.205	0.212
	0.16	0.165	0.171	0.177	0.183	0.189	0.195	0.202	0.208	0.214	0.22
	0.17	0.175	0.181	0.187	0.193	0.199	0.205	0.211	0.217	0.223	0.229
	0.18	0.185	0.191	0.197	0.202	0.208	0.214	0.22	0.226	0.232	0.238
	0.19	0.195	0.2	0.206	0.212	0.217	0.223	0.229	0.235	0.241	0.247
	0.2	0.205	0.21	0.216	0.221	0.227	0.232	0.238	0.244	0.249	0.256

		Significance Levels (<i>Q</i> -statistic)									
		0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
Significance Levels (Skewness)	0.01	0.114	0.124	0.134	0.144	0.154	0.164	0.173	0.183	0.193	0.203
	0.02	0.119	0.129	0.138	0.148	0.158	0.168	0.178	0.188	0.198	0.207
	0.03	0.123	0.133	0.143	0.153	0.163	0.173	0.182	0.192	0.202	0.212
	0.04	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.177	0.187	0.197	0.207	0.217
	0.05	0.136	0.145	0.154	0.163	0.173	0.182	0.192	0.202	0.211	0.221
	0.06	0.143	0.152	0.16	0.169	0.178	0.188	0.197	0.206	0.216	0.226
	0.07	0.151	0.159	0.168	0.177	0.185	0.194	0.203	0.212	0.221	0.231
	0.08	0.16	0.167	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209	0.218	0.227	0.236
	0.09	0.168	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.225	0.234	0.243
	0.1	0.177	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.241	0.249
	0.11	0.186	0.193	0.201	0.208	0.216	0.224	0.231	0.239	0.248	0.256
	0.12	0.194	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.246	0.255	0.263
	0.13	0.202	0.209	0.216	0.224	0.231	0.238	0.245	0.253	0.261	0.269
	0.14	0.21	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.26	0.267	0.275
	0.15	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.252	0.259	0.267	0.274	0.282
	0.16	0.227	0.233	0.24	0.247	0.253	0.26	0.267	0.274	0.281	0.288
	0.17	0.235	0.242	0.248	0.255	0.261	0.268	0.275	0.281	0.288	0.295
	0.18	0.244	0.25	0.257	0.263	0.269	0.276	0.282	0.289	0.296	0.303
	0.19	0.253	0.259	0.265	0.271	0.277	0.284	0.29	0.296	0.303	0.31
	0.2	0.262	0.267	0.273	0.279	0.286	0.292	0.298	0.304	0.311	0.317

Table 4.4 Significance Level Combined Individual Test Statistics

Significance Levels		
Skewness Test	<i>Q</i> -statistic Test	Sequential Test
0.08	0.03	0.1
0.02	0.09	0.099
0.07	0.04	0.098

critical value table of each test statistic for the next step, and identify the corresponding upper tail and lower tail critical value at the given individual significance level.

For example, if you want to perform a sequential goodness-of-fit test at a desired significance level (0.1) for sample size of 5 with a hypothesized gamma shape $\beta = 1.0$, you want to use the two-sided test. Suppose the test statistics for the observed sample are 1.368 for skewness and 2.284 for Q-statistic. Using Table 4.3, we identify the desired attained significance level. Several options can be discovered in Table 4.3. Given the significance level, identify the corresponding individual significance levels for each test.

Table 4.4 depicts several options close to the desired attained significance level and the corresponding individual significance levels of each test. Since the desired significance level is 0.1 for the sequential test, one appropriate set of individual significance levels are 0.08 for skewness and 0.03 for Q-statistic. The corresponding critical value for each test statistic can be identified from Table 4.1 and Table 4.2 respectively. The individual significance level will be divided into an upper and lower tail since we have a two-sided test. The skewness lower significance level is $\alpha_{1/2} = 0.04$ and skewness upper

significance level is $1 - \left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = 0.96$. The skewness lower/upper tail critical values are – 0.339 and 1.479 respectively from Table 4.1.

The Q-statistic lower significance level is $\alpha_{2/2} = 0.015$ and skewness upper significance level is $1 - \left(\frac{\alpha_2}{2}\right) = 0.085$. The Q-statistic lower/upper tail critical values are 1.296 and 2.432 successively from Table 4.2. After identifying the critical values for individual test statistics, check the rejection region for test statistics. Since the test statistics for the

observed sample are located in $-0.339 < 1.368 < 1.479$ and $1.296 < 2.284 < 2.432$ for skewness and Q-statistic successively, we would fail to reject the null hypothesis at a significance level of 0.10 for the sequential test.

4.4 *Power Study*

4.4.1 *Introduction*

The power study for the sequential test provides us with a means to measure the validity of the sequential test with a broad range of sample data against different alternate hypotheses. Individual power studies for skewness and Q-statistic help to identify which tests is more powerful against specific alternatives. Also, one-sided tests improve the power if there exists a potential discrepancy between the null hypothesis and the alternative hypothesis. The first sets of power studies will compare the sequential test to the Kolmogorov-Smirnov (K-S), Anderson-Darling (A^2), and Cramer-Von-Mises (W^2) tests against specific alternative distributions examined by Viviano. The second set of power studies will compare the sequential test to power studies of the Anderson-Darling (A^2) tests against certain alternative distributions worked by Ozmen. Then, the sequential test itself will be analyzed to determine the trend of sequential tests against various other alternatives.

4.4.2 Sequential Test Power Study

4.4.2.1 Sequential Test versus Viviano's Alternatives

Viviano conducted power studies with shape parameter $\beta=1.5$ and shape parameter $\beta=4.0$ null hypothesizes using significance level $\alpha=0.05$ for each of the EDF test statistics mentioned above for sample sizes $n=5, 15$, and 25 against various alternatives. In addition, the powers of the sample size $n=50$ will be tabled as an example of a large sample size. Table 4.5 through Table 4.14 illustrates the power study comparison for shape parameter $\beta=1.5$ against various alternatives. Comparing the sequential test power with Viviano's, each table uses several different combinations of significance levels from individual test statistics for attained significance level as close as possible to $\alpha=0.05$. This shows the effect of choosing a small α_1 for skewness and large α_2 for Q-statistic compared to choosing large α_1 and small α_2 . In this case, the sequential test power for each attained significance level can be compared to EDF test powers separately.

Tables 4.5 through 4.8 represent the comparison of powers against gamma distributions as alternatives. Table 4.5 used a gamma shape parameter $\beta=1.5$ itself as an alternative hypothesis. We can discover from this table when the alternative was identical to the null hypothesis, the power should be almost identical to the attained significance level ($\alpha=0.05$). There are some differences from this value with different sample sizes due to the experimental error. In Table 4.6 for the gamma distribution alternative with shape parameter $\beta=2.5$, the sequential test power was superior to the EDF test at $n=5$ and 15 , while it has less power than the EDF test at $n=25$. We can recognize this fact more definitely when we look at Table 4.7 using the gamma distribution alternative with

shape parameter $\beta=4.0$. We can draw the conclusion from the power study comparison in the gamma distribution alternatives that the sequential test is more powerful than the EDF tests at small sample sizes $n = 5$ and $n = 15$. But the sequential test has less power than the EDF test at larger sample sizes as the shape parameter increases. Using alternatives for the Weibull distribution from Table 4.8 and Table 4.9, the sequential test power excels for $n = 5$, and show greater power in one of the cases at $n = 15$. We observe the fact that the sequential test has less power at large sample size $n = 25$. The sequential test power for the Weibull shape value $\beta=2.0$ at large sample size is similar to the Weibull shape value $\beta=3.0$. The rates are not dependent on shape parameters. Our conclusion for the Weibull alternative is that the sequential test stands high above the EDF tests at small sample sizes $n = 5$ and $n = 15$, but not for the large sample size $n = 25$.

Against the normal alternative, the sequential test also is superior to the EDF test at the small sample size $n = 5$, but it varies at the sample sizes $n = 15$. We can identify the fact that one sequential test has more power than the other sequential test at the sample size $n = 15$ although the attained significance levels are identical. If one out of the individual test statistic has more power than the other at the same attained significance level, it must have a larger significance level. In this case, the skewness has a larger significance level than Q-statistic at the same attained significance level. Another fact is that the sequential test is inferior to the EDF test at the large sample size $n = 25$ for the normal alternative (10,1) (refer to Table 4.10).

Table 4.5 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Gamma (1.5)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.051	0.048	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.047				
	A ²	0.049				
15	K-S	0.0458	0.05 0.051	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.047				
	A ²	0.0448				
25	K-S	0.057	0.047 0.052 0.051	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.051				
	A ²	0.044				
50	N/A	N/A	0.049 0.051	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.6 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Gamma (2.5)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.044	0.047	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.036				
	A ²	0.0302				
15	K-S	0.053	0.066 0.057	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.056				
	A ²	0.0370				
25	K-S	0.0968	0.06 0.079 0.085	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.0994				
	A ²	0.0704				
50	N/A	N/A	0.068 0.11	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.7 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Gamma (4.0)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.0422	0.053	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.034				
	A ²	0.026				
15	K-S	0.093	0.102 0.08	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.101				
	A ²	0.069				
25	K-S	0.197	0.096 0.136 0.151	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.228				
	A ²	0.175				
50	N/A	N/A	0.149 0.235	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.8 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Weibull (2)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.034	0.056	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.028				
	A ²	0.017				
15	K-S	0.123	0.154 0.114	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.145				
	A ²	0.093				
25	K-S	0.275	0.178 0.251 0.277	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.313				
	A ²	0.247				
50	N/A	N/A	0.365 0.509	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.9 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Weibull (3)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.04	0.078	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.03				
	A ²	0.015				
15	K-S	0.29	0.361 0.282	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.351				
	A ²	0.28				
25	K-S	0.607	0.5 0.601 0.634	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.685				
	A ²	0.628				
50	N/A	N/A	0.856 0.923	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.10 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Normal (10,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.05	0.092	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.038				
	A ²	0.015				
15	K-S	0.387	0.446 0.364	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.453				
	A ²	0.377				
25	K-S	0.726	0.611 0.696 0.723	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.797				
	A ²	0.743				
50	N/A	N/A	0.913 0.954	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Using the alternatives for the beta distribution from Table 4.11 and Table 4.12, the sequential test exceeds the power of the EDF tests in all three-sample sizes, all various combinations of significance levels, and in a wide range of beta distributions. The sequential test exceeded the EDF test at the rate of 5% for $n = 5$, about 25% for $n = 15$, and about 40% for $n = 25$. We can recognize from this that the improvement in power increases as sample sizes increase. The sequential test for GOF test is remarkably effective against the beta distribution.

Table 4.11 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Beta (1,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.047	0.091	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.041				
	A ²	0.02				
15	K-S	0.181	0.484 0.432	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.226				
	A ²	0.184				
25	K-S	0.361	0.733 0.827 0.825	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.46				
	A ²	0.431				
50	N/A	N/A	0.993 0.996	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.12 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Beta (2,2)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.045	0.085	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.034				
	A ²	0.017				
15	K-S	0.245	0.437 0.348	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.304				
	A ²	0.234				
25	K-S	0.515	0.665 0.769 0.797	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.636				
	A ²	0.566				
50	N/A	N/A	0.982 0.996	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.13 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Lognormal (0,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.114	0.093	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.118				
	A ²	0.122				
15	K-S	0.252	0.171 0.165	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.295				
	A ²	0.307				
25	K-S	0.39	0.242 0.244 0.253	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.442				
	A ²	0.444				
50	N/A	N/A	0.437 0.406	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

Table 4.14 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 1.5$ H_a : Lognormal (0,2)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.383	0.284	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.405				
	A ²	0.423				
15	K-S	0.873	0.476 0.484	0.04 0.02	0.02 0.04	0.049 0.049
	W ²	0.909				
	A ²	0.928				
25	K-S	0.985	0.693 0.68 0.663	0.02 0.04 0.05	0.04 0.03 0.01	0.048 0.053 0.053
	W ²	0.991				
	A ²	0.995				
50	N/A	N/A	0.937 0.911	0.02 0.05	0.04 0.01	0.049 0.052

But the sequential test did not perform as well as the EDF tests against the alternative of the lognormal distribution. Table 4.13 and Table 4.14 illustrate this fact. The sequential test has less power than the EDF test in all ranges even though the power of the sequential test still increases as sample size increases. The sequential test with larger α_1 than α_2 tended to beat the A^2 test from Viviano almost every times.

Table 4.15 summarizes the comparison between Viviano's power studies for the null hypothesis with shape parameter $\beta = 1.5$ versus various alternatives. This table

Table 4.15 Summary of Comparison for Shape $\beta = 1.5$ (EDF)

Sample Size	5			15			25		
	K-S	W ²	A ²	K-S	W ²	A ²	K-S	W ²	A ²
Gamma (2.5)	○	○	○	○	○	○	●	●	○
Gamma (4.0)	○	○	○	○	○	○	●	●	●
Weibull (2.0)	○	○	○	○	○	○	●	●	○
Weibull (3.0)	○	○	○	○	○	○	●	●	○
Normal (10,1)	○	○	○	○	●	○	●	●	●
Beta (1,1)	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Beta (2,2)	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Lognormal(1.0)	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Lognormal(2.0)	●	●	●	●	●	●	●	●	●

clearly shows us the strength of the sequential test against the EDF tests. A clear circle (○) represents those cases which the sequential test surpassed the EDF test in the given sample size. A circle with centered dot (◎) expresses those cases where no superiority exists in various combinations of individual significance levels at the same sample size. A solid circle (●) indicates those cases where the sequential test has less power than the EDF tests. As a reference, a solid circle means that the sequential test is not poorly powered but is weaker when compared to the EDF test.

The sequential test has strength in the small sample size $n = 5$ against the EDF test except for the lognormal alternative. Conversely, the sequential test has weak power compared to the EDF tests in the larger sample size $n = 25$. We can recognize other interesting things from the summary. In the alternative of beta distribution, the sequential test absolutely surpasses the EDF tests in all ranges. On the contrary, the sequential test has poor power in all ranges for the lognormal alternative.

We next explore the power comparison for a null hypothesis with the shape parameter $\beta = 4.0$. Again, we selected several combinations of the individual significance levels to give as a attained significance level as close as possible to Viviano's

significance level (0.05). There is no significance level close enough for sample size $n = 5$. Thus, the closest values for 0.05 at upper/lower attained significance levels were used. For the different shape parameter $\beta = 1.5$ for the null hypothesis, the sequential test has less power than the EDF tests against the gamma alternatives and lognormal alternatives for every sample size. We can perceive that evidence from Table 4.16 through Table 4.17 and Table 4.24 through Table 4.25. The sequential test was inferior to the EDF tests for every combination of significance levels in every sample size. The worst case can be seen for this phenomenon from the lognormal alternatives. Table 4.18 shows us that if the sequential test uses the null hypothesis itself as an alternative hypothesis, its power is almost identical to the significance level. This result helps validate our methodology. Against the two-Weibull alternatives, the sequential test exceeded the EDF tests at small sample sizes ($n = 5$). There were no dominants except the small sample size ($n = 5$). The sequential test superiority can be identified against normal alternative for the small sample size ($n = 5$) as well. The differences of the sequential test against the EDF tests can be recognized more clearly when compared to the Weibull alternatives for sample size $n = 5$. Meanwhile, the sequential test power was much better than for all the EDF tests against the beta alternatives for every sample size. There were not big different in small sample size $n = 5$ even though the sequential test had even better power. But as increase the sample sizes up to 25, the sequential test greatly surpassed the EDF tests – refer to Table 4.22 and Table 4.23.

Table 4.16 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Gamma (1.5)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.075	0.063	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.076		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.078	0.065			
15	K-S	0.117	0.08	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.135		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.147		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.177	0.087	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.202		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.226		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.127 0.144	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051

Table 4.17 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Gamma (2.5)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.061	0.052	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.061		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.063	0.059			
15	K-S	0.060	0.057	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.062		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.064		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.072	0.059	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.075		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.075		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.066 0.069	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051

Table 4.18 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Gamma (4.0)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.057	0.049	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.055		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.054	0.056			
15	K-S	0.052	0.052	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.051		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.045		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.052	0.05	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.051		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.048		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.051 0.052	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051

Table 4.19 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Weibull (2.0)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.047	0.047 0.053	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.045		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.042				
15	K-S	0.054	0.054 0.055 0.056	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.057		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.050		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.063	0.059 0.061 0.065	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.063		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.054		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.087 0.095	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.20 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Weibull (3.0)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.05	0.056 0.056	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.05		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.04				
15	K-S	0.116	0.112 0.131 0.15	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.133		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.119		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.198	0.188 0.222 0.251	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.23		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.218		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.222 0.251	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.21 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Normal (10,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.057	0.062 0.06	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.058		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.047				
15	K-S	0.173	0.17 0.199 0.224	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.21		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.197		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.155	0.299 0.342 0.375	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.375		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.368		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.647 0.684	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.22 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Beta (1,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.061	0.065 0.078	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.065		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.053				
15	K-S	0.129	0.27 0.269 0.262	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.162		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.163		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.198	0.573 0.567 0.552	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.269		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.296		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.943 0.937	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.23 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Beta (2,2)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.055	0.056 0.059	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.054		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.044				
15	K-S	0.112	0.147 0.168 0.185	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.131		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.117		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.058	0.298 0.336 0.362	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.211		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.204		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.771 0.796	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.24 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Lognormal (0,1)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.150	0.137 0.122	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.158		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.175				
15	K-S	0.424	0.252 0.282 0.308	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.481		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.517		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.643	0.367 0.409 0.45	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.728		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.761		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.655 0.695	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.25 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 4.0$ H_a : Lognormal (0,2)

Sample Size	EDF Test	Viviano's Power	Sequential Test Power	Significance Level		
				Skewness	Q-statistic	Attained
5	K-S	0.439	0.358 0.32	0.04	0.01	0.048
	W ²	0.462		0.02	0.04	0.054
	A ²	0.489				
15	K-S	0.915	0.59 0.632 0.667	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.949		0.03	0.03	0.05
	A ²	0.963		0.04	0.02	0.052
25	K-S	0.993	0.791 0.82 0.848	0.02	0.04	0.051
	W ²	0.997		0.03	0.03	0.049
	A ²	0.999		0.04	0.02	0.051
50	N/A	N/A	0.977 0.984	0.03 0.04	0.03 0.02	0.051 0.051

Table 4.26 Summary of Comparison for Shape $\beta = 4.0$ (EDF)

Sample Size	5			15			25			
	EDF Test	K-S	W ²	A ²	K-S	W ²	A ²	K-S	W ²	A ²
Gamma (1.5)	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Gamma (2.5)	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Weibull (2.0)	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
Weibull (3.0)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Normal (10,1)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Beta (1,1)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Beta (2,2)	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Lognormal(1.0)	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Lognormal(2.0)	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

In the same manner as null hypothesis with the shape parameter $\beta = 1.5$, Table 4.26 summarizes the overview of the null hypothesis with shape parameter $\beta = 4.0$ against various alternatives. We can draw some conclusions about the sequential test power against the EDF tests from Table 4.26. The sequential test power was inferior to the EDF tests for the larger shape value than its behavior for the shape value $\beta = 1.5$. The sequential test has strengths against beta alternatives for every sample size compare to the EDF tests. But the sequential test has poor power in all ranges for the gamma alternatives.

and lognormal alternatives although the sequential test power increased as sample sizes increase.

We can conclude that the sequential test against the EDF tests used by Viviano was encouraging for our sequential GOF test in small shape values and small sample size based on the skewness and the Q-statistic. The strong points compared to the EDF tests were in the small sample size $n = 5$ for shape value $\beta = 1.5$ except for the two lognormal alternatives. And the sequential test had a weaknesses compared to the EDF tests as shape value increase.

4.4.2.2 Sequential Test versus Ozmen's Alternatives.

The power study results obtained by Ozmen were conducted with shape parameter $\beta = 0.5(0.5)2.0, 3.0$, and 4.0 for null hypothesizes using the modified Anderson-Darling test. The significance level was $0.01, 0.05(0.05)0.2$ using sample sizes $5(5)30$ against various alternatives. To compare the power study for the sequential test, the power was evaluated with different combinations of significance levels for the skewness and Q-statistic with the attained significance as close as possible to significance levels $0.05, 0.1$. The sequential test power for each combination of individual significance levels needs to be compared to Ozmen's power separately using the sample sizes $n = 5, 15, 25$ as a representative for comparison. In addition, the powers of the sample size $n = 50$ will be tabulated for evaluation of a large sample size. The sequential test power study for the shape parameter $\beta = 0.5$ and shape parameter $\beta = 2.0$ were performed. The sequential test power study for the shape value $\beta = 0.5$ and the shape value $\beta = 2.0$ tabled for comparison with Ozmen's from Table 4.27 to Table 4.45, and the

comparison with various shape parameters was enumerated in Table 4.46 for $\beta = 0.5$ and Table 4.47 for $\beta = 2.0$ summarized the comparison of power studies for convenience.

Since the alternative is equal to the null hypothesis, we could recognize from Table 4.27 that the power was almost identical to the attained significance levels. We can see from this evidence that the Monte Carlo simulation worked correctly. It is interesting to note from Table 4.28 and Table 4.29, that Ozmen's power tests against the alternative gamma (2.5) had better power than the alternative gamma (4.0) for the sample size $n = 5$. The sequential test power against the alternate gamma (4.0) had better power at all sample sizes than the alternate gamma (2.5). From these results, the sequential test had better power than the modified A^2 test at the small sample size (5) for the gamma alternatives. But against the Weibull alternatives, the sequential test was not as good as for the gamma alternatives for the small sample size (5), even though the sequential test exceeded the Anderson-Darling test when using sample sizes greater than $n = 5$. Also for the Weibull alternatives, the sequential test power was superior to the A^2 test at some attained significance levels for the small sample size $n = 5$. The result may depend on the combination of the significance levels for the skewness and Q-statistic. When you observe closely the comparison for the sample size $n = 5$, the powers varied depending on the skewness significance levels although the attained significance levels were identical. We can discover these facts from Table 4.30 and Table 4.31.

Table 4.27 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Gamma (0.5)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.04998	0.049	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.049		0.05	0.03	0.03
	0.09996	0.099	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.1		0.1	0.04	0.08
		0.099		0.1	0.07	0.05
15	0.05178	0.051	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.052		0.051	0.05	0.01
	0.08996	0.101	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.1		0.1	0.1	0.01
25	0.04998	0.052	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.09416	0.104	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.103		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.049	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.048		0.05	0.04	0.03
		0.099		0.1	0.01	0.1
		0.099		0.1	0.09	0.05

Table 4.28 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Gamma (2.5)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.04138	0.06	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.077		0.05	0.03	0.03
	0.08896	0.088	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.121		0.1	0.04	0.08
		0.147		0.1	0.07	0.05
15	0.11176	0.264	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.292		0.051	0.05	0.01
	0.17993	0.378	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.395		0.1	0.1	0.01
25	0.15574	0.411	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.2479	0.245	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.52		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.533	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.569		0.05	0.04	0.03
		0.415		0.1	0.01	0.1
		0.678		0.1	0.09	0.05

Table 4.29 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Gamma (4.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.03019	0.069	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.09		0.05	0.03	0.03
	0.06917	0.095	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.137		0.1	0.04	0.08
		0.171		0.1	0.07	0.05
15	0.21292	0.366	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.396		0.051	0.05	0.01
	0.31427	0.489	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.507		0.1	0.1	0.01
25	0.33886	0.552	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.46761	0.361	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.656		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.719	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.747		0.05	0.04	0.03
		0.609		0.1	0.01	0.1
		0.825		0.1	0.09	0.05

Table 4.30 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Weibull (2.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.08976	0.08	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.105		0.05	0.03	0.03
	0.17673	0.104	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.153		0.1	0.04	0.08
		0.195		0.1	0.07	0.05
15	0.24210	0.5	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.535		0.051	0.05	0.01
	0.36246	0.634	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.652		0.1	0.1	0.01
25	0.40704	0.757	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.54018	0.56	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.838		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.972	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.94		0.05	0.04	0.03
		0.866		0.1	0.01	0.1
		0.969		0.1	0.09	0.05

Table 4.31 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Weibull (3.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.13315	0.112	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.151		0.05	0.03	0.03
	0.23571	0.134	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.205		0.1	0.04	0.08
		0.263		0.1	0.07	0.05
15	0.48920	0.748	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.774		0.051	0.05	0.01
	0.61136	0.84	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.851		0.1	0.1	0.01
25	0.73671	0.947	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.82527	0.859	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.971		0.1	0.1	0.02
		0.998	N/A	0.05	0.03	0.04
50	N/A	0.998		0.05	0.04	0.03
		0.994		0.1	0.01	0.1
		1.000		0.1	0.09	0.05

Table 4.32 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Uniform (10,15)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.05118	0.131	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.165		0.05	0.03	0.03
	0.12215	0.166	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.23		0.1	0.04	0.08
		0.286		0.1	0.07	0.05
15	0.27009	0.864	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.883		0.051	0.05	0.01
	0.39044	0.935	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.941		0.1	0.1	0.01
25	0.34706	0.994	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.48021	0.976	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.998		0.1	0.1	0.02
		1.000	N/A	0.05	0.03	0.04
50	N/A	1.000		0.05	0.04	0.03
		1.000		0.1	0.01	0.1
		1.000		0.1	0.09	0.05

From Table 4.32, we can compare the sequential test power and the A^2 test power for increasing sample sizes and increasing attained significance levels. At sample size $n = 5$, the improvement in power with the sequential test varies depending on the different combination of individual significance levels for both attained significance levels 0.05 and 0.1. But at sample size $n = 15$, the sequential test power improvement at the attained significance level (0.1) were less than those at the attained significance level (0.05) for all combinations of individual significance levels. This occurred at the sample size $n = 25$ also, even though the sequential test powers were remarkably greater than the A^2 test at these sample sizes.

Another interesting observation from Table 4.33, is that the A^2 test could not distinguish the null hypothesis and the alternative lognormal (1.0). Especially for sample size $n = 15$ at significance level (0.05) and $n = 25$ at both significance levels, the A^2 test power was much less than the significance level. The sequential test powers were also less than the attained significance levels at the small sample size $n = 5$. But both the A^2 test and the sequential test power were greater than the significance levels against the alternative lognormal (2.0), and both powers increase as the sample size increases (Refer to Table 4.34).

We can discover that the sequential test power was much better than the A^2 test at sample sizes greater than $n = 15$ against beta alternatives from Table 4.35 and Table 4.36. But at the small sample size $n = 5$, there was no dominance in the power comparisons. Thus, it cannot tell that the sequential test has better power than the A^2 test at the sample size $n = 5$ against the beta alternatives. The sequential test power was much better than the A^2 test power for the sample sizes greater than $n = 5$. Especially, at the alternative beta

(1,1), the sequential test power was recorded at over 90% for significance level (0.1) for sample size $n = 15$. It recorded nearly perfect power at both significance levels for sample size $n = 25$. At sample size $n = 50$ for the alternative beta (2,2), the sequential test power recorded perfect power at all individual combinations of significance levels.

Table 4.33 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Lognormal (1)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.02699	0.044	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.048		0.05	0.03	0.03
		0.087	0.1	0.1	0.02	0.09
	0.05478	0.096		0.1	0.04	0.08
		0.1		0.1	0.07	0.05
	0.00560	0.093	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.104		0.051	0.05	0.01
	0.01260	0.161	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.17		0.1	0.1	0.01
25	0.00140	0.113	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.00480	0.155	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.185		0.1	0.1	0.02
		0.156	N/A	0.05	0.03	0.04
50	N/A	0.16		0.05	0.04	0.03
		0.211		0.1	0.01	0.1
		0.237		0.1	0.09	0.05

Table 4.34 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Lognormal (2)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.02619	0.111	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.119		0.05	0.03	0.03
	0.04258	0.191	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.182		0.1	0.04	0.08
		0.195		0.1	0.07	0.05
	0.08077	0.289	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.28		0.051	0.05	0.01
15	0.10156	0.364	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.351		0.1	0.1	0.01
	0.09936	0.383	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.12835	0.563	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.46		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.763	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.744		0.05	0.04	0.03
		0.832		0.1	0.01	0.1
		0.791		0.1	0.09	0.05

Table 4.35 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Beta (1,1)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.12975	0.129	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.164		0.05	0.03	0.03
	0.22411	0.165	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.232		0.1	0.04	0.08
		0.288		0.1	0.07	0.05
15	0.24670	0.865	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.885		0.051	0.05	0.01
	0.36226	0.935	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.942		0.1	0.1	0.01
25	0.32007	0.994	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.46362	0.977	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.998		0.1	0.1	0.02
50	N/A	0.997	N/A	0.05	0.03	0.04
		0.998		0.05	0.04	0.03
		0.994		0.1	0.01	0.1
		1.000		0.1	0.09	0.05

Table 4.36 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 0.5$ H_a : Beta (2,2)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.12455	0.121	0.05	0.05	0.02	0.04
		0.16		0.05	0.03	0.03
	0.22491	0.147	0.1	0.1	0.02	0.09
		0.222		0.1	0.04	0.08
		0.28		0.1	0.07	0.05
15	0.40704	0.852	0.05	0.049	0.04	0.03
		0.874		0.051	0.05	0.01
	0.54218	0.926	0.1	0.1	0.09	0.06
		0.934		0.1	0.1	0.01
25	0.66194	0.993	0.05	0.05	0.05	0.01
	0.77249	0.962	0.1	0.1	0.01	0.1
		0.998		0.1	0.1	0.02
50	N/A	1.000	N/A	0.05	0.03	0.04
		1.000		0.05	0.04	0.03
		1.000		0.1	0.01	0.1
		1.000		0.1	0.09	0.05

Table 4.37 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Gamma (2.5)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.04558	0.046	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.09056	0.1	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.098		0.099	0.06	0.05
15	0.05258	0.053	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.052		0.05	0.02	0.04
	0.10236	0.106	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.108		0.101	0.06	0.07
25	0.06178	0.056	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.11875	0.11	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.109		0.099	0.08	0.05

Table 4.38 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Gamma (4.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.04518	0.048	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.09216	0.1	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.098		0.099	0.06	0.05
15	0.09856	0.075	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.064		0.05	0.02	0.04
	0.16094	0.136	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.132		0.101	0.06	0.07
25	0.14154	0.088	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.22671	0.16	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.154		0.099	0.08	0.05

Table 4.39 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Weibull (2.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.05758	0.049	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.11995	0.099	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.097		0.099	0.06	0.05
15	0.14374	0.11	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.084		0.05	0.02	0.04
	0.22671	0.187	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.175		0.101	0.06	0.07
25	0.2465	0.166	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.34346	0.271	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.26		0.099	0.08	0.05

Table 4.40 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Weibull (3.0)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.08916	0.067	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.17153	0.127	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.122		0.099	0.06	0.05
15	0.36026	0.278	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.211		0.05	0.02	0.04
	0.47821	0.396	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.362		0.101	0.06	0.07
25	0.68333	0.485	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.7615	0.626	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.608		0.099	0.08	0.05

Table 4.41 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Uniform (10,15)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.08617	0.082	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.16134	0.151	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.148		0.099	0.06	0.05
15	0.53819	0.398	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.369		0.05	0.02	0.04
	0.70152	0.557	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.56		0.101	0.06	0.07
25	0.67993	0.732	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.81987	0.844	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.852		0.099	0.08	0.05

Table 4.42 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Lognormal (1)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.37665	0.106	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.56677	0.172	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.167		0.099	0.06	0.05
15	0.31128	0.205	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.186		0.05	0.02	0.04
	0.41743	0.289	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.267		0.101	0.06	0.07
25	0.44942	0.292	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.56957	0.405	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.39		0.099	0.08	0.05

Table 4.43 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Lognormal (2)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.62555	0.309	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.7547	0.385	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.376		0.099	0.06	0.05
15	0.88545	0.521	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.513		0.05	0.02	0.04
	0.92463	0.632	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.594		0.101	0.06	0.07
25	0.98621	0.717	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.9924	0.817	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.802		0.099	0.08	0.05

Table 4.44 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Beta (1,1)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.67473	0.079	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.84206	0.149	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.148		0.099	0.06	0.05
15	0.66074	0.398	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.367		0.05	0.02	0.04
	0.78849	0.558	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.561		0.101	0.06	0.07
25	0.77849	0.73	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.88685	0.847	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.854		0.099	0.08	0.05

Table 4.45 Power Study H_0 : Gamma Shape $\beta = 2.0$ H_a : Beta (2,2)

Sample Size	Ozmen's Power	Sequential Test Power	Significance Level			
			Ozmen	Attained	Skewness	Q-statistic
5	0.72011	0.072	0.05	0.048	0.04	0.01
	0.86645	0.135	0.1	0.1	0.07	0.04
		0.13		0.099	0.06	0.05
15	0.78149	0.341	0.05	0.05	0.04	0.02
		0.264		0.05	0.02	0.04
	0.86745	0.486	0.1	0.099	0.08	0.04
		0.452		0.101	0.06	0.07
25	0.87885	0.644	0.05	0.048	0.04	0.02
	0.94362	0.793	0.1	0.099	0.09	0.03
		0.78		0.099	0.08	0.05

The next power comparison is for the shape value $\beta = 2.0$ as a null hypothesis.

The sequential test has a better power against the gamma distribution for both of the significance levels but it has weaker power as sample size increases. The sequential test has a weaker power than the A^2 test against most of the alternatives. Especially for the beta distributions, the sequential test has much less power for the small sample size $n = 5$.

The A^2 test power behaves strangely against the lognormal alternative (1.0) in that the power for sample size $n = 5$ is larger than for sample size $n = 15$, but then increases for larger sample sizes. This behavior was noted for other shape parameters against lognormal alternative (1.0) and beta alternatives. Because that Ozmen just replicated 5,000 and the accuracy will be less than 100,000 I replicated for the sequential test.

Table 4.46 and Table 4.47 summarizes the comparison of power study for the sequential test and the A^2 test against various alternatives, based on the Ozmen's power study. The sequential test power against the A^2 test for the shape value $\beta = 0.5$ given in Table 4.46 has better power than the A^2 test for sample size $n = 15$ at both significance levels against all various alternatives. For sample size $n = 25$, the sequential test has an equal power to the A^2 test at the significance level 0.1 against the gamma alternatives. Except for those alternatives, the sequential test has better power than at both significance levels for all remaining alternatives. At the small sample size $n = 5$, the sequential test power doesn't show superiority over the A^2 test greater than $n = 5$ except for the two

Table 4.46 Summary of Comparison for Shape $\beta = 0.5$ (A^2 test)

Sample Size	5		15		25	
Significance Level	0.05	0.1	0.05	0.1	0.05	0.1
Gamma (2.5)	○	○	○	○	○	○
Gamma (4.0)	○	○	○	○	○	○
Weibull (2.0)	○	○	○	○	○	○
Weibull (3.0)	○	○	○	○	○	○
Uniform (10,15)	○	○	○	○	○	○
Lognormal (1.0)	○	○	○	○	○	○
Lognormal (2.0)	○	○	○	○	○	○
Beta (1,1)	○	○	○	○	○	○
Beta (2,2)	○	○	○	○	○	○

Table 4.47 Summary of Comparison for Shape $\beta = 2.0$ (A^2 test)

Sample Size	5		15		25	
Significance Level	0.05	0.1	0.05	0.1	0.05	0.1
Gamma (2.5)	○	○	○	○	●	●
Gamma (4.0)	○	○	●	●	●	●
Weibull (2.0)	●	●	●	●	●	●
Weibull (3.0)	●	●	●	●	●	●
Uniform (10,15)	●	●	●	●	○	○
Lognormal (1.0)	●	●	●	●	●	●
Lognormal (2.0)	●	●	●	●	●	●
Beta (1,1)	●	●	●	●	●	●
Beta (2,2)	●	●	●	●	●	●

lognormal alternatives, uniform alternative and the two gamma alternatives with the significance level 0.5. However, there were no inferior powers against the A^2 test. And for the shape value $\beta = 2.0$ given in Table 4.47 illustrate that the sequential test has weaker power to the A^2 test against most of alternatives but against gamma alternatives for the small sample size has a better power than the A^2 test. Especially against beta alternatives, there exist big differences at the small sample size when compare the sequential test power to the A^2 test power.

In general, the power of our sequential test against the A^2 test conducted by Ozmen was encouraging for sample sizes $n = 15$ and $n = 25$. However, at sample size $n = 5$ the comparison cannot tell that the sequential test has an absolute power greater than

the A^2 test. When you use our sequential test at this small sample size, you have to select the individual significance levels carefully for the attained significance level. The power for the sequential test might vary depending on the combination of the individual significance level of skewness and Q-statistic. That is the reason why there were no inferior powers against the A^2 test.

4.4.2.3 Power Study Differences

The difference of the sequential test power against alternatives can be identified when we compare the results of the power studies with each other. This section tries to array the differences between alternatives and analyze the differences for the sequential test power study. It should tell us the strength and weakness of our sequential test against various alternatives (refer to the Appendix C for the sequential test results).

The power study differences are tabulated below with the shape value $\beta=1.0$ for example as a null hypothesis and used the sample sizes $n = 5, 15, 25, 50$ against various alternatives. The attained significance level (0.05) and (0.1) were employed for convenience. Table 4.48 and Table 4.49 illustrates the trend of our sequential test power against various alternatives. The values between sample size and alternatives represent the sequential test power values. According to Table 4.48 and Table 4.49 with the null hypothesis gamma (0.5), the gamma alternatives show less power than other alternative hypotheses. This will be explained in the following individual test section. The best power can be identified against the beta alternatives and the uniform alternative at sample size $n = 50$. The sequential test power also scored best against the normal alternative.

Figure 4.8 and Figure 4.9 illustrate the results graphically.

Table 4.48 Sequential Test Power (Significance Level 0.05)

Sample Size	Significance Level (0.05)							
	Beta (2,2)	Beta (2,3)	Gamma (2.0)	Gamma (3.5)	Normal (1.0)	Uniform (0,2)	Weibull (2.0)	Weibull (3.0)
5	0.095	0.121	0.048	0.056	0.175	0.165	0.064	0.088
15	0.628	0.713	0.089	0.16	0.815	0.882	0.269	0.528
25	0.92	0.941	0.117	0.233	0.958	0.994	0.445	0.785
50	1	1	0.152	0.36	0.999	1	0.715	0.975

Table 4.49 Sequential Test Power (Significance Level 0.1)

Sample Size	Significance Level (0.1)							
	Beta (2,2)	Beta (2,3)	Gamma (2.0)	Gamma (3.5)	Normal (1.0)	Uniform (0,2)	Weibull (2.0)	Weibull (3.0)
5	0.187	0.223	0.103	0.117	0.29	0.286	0.131	0.177
15	0.746	0.8	0.158	0.241	0.869	0.934	0.375	0.635
25	0.964	0.973	0.193	0.332	0.977	0.998	0.568	0.864
50	1	1	0.246	0.48	0.999	1	0.815	0.989

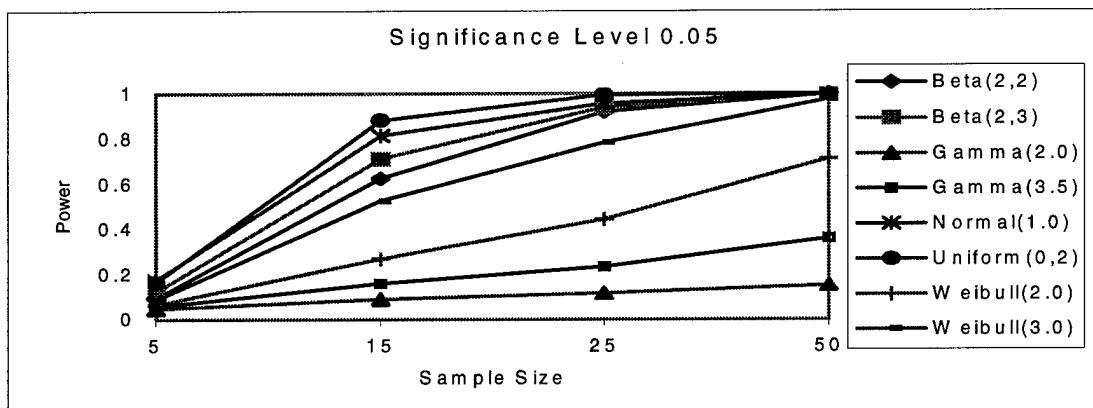


Figure 4.8 Sequential Test Power (Significance Level 0.05)

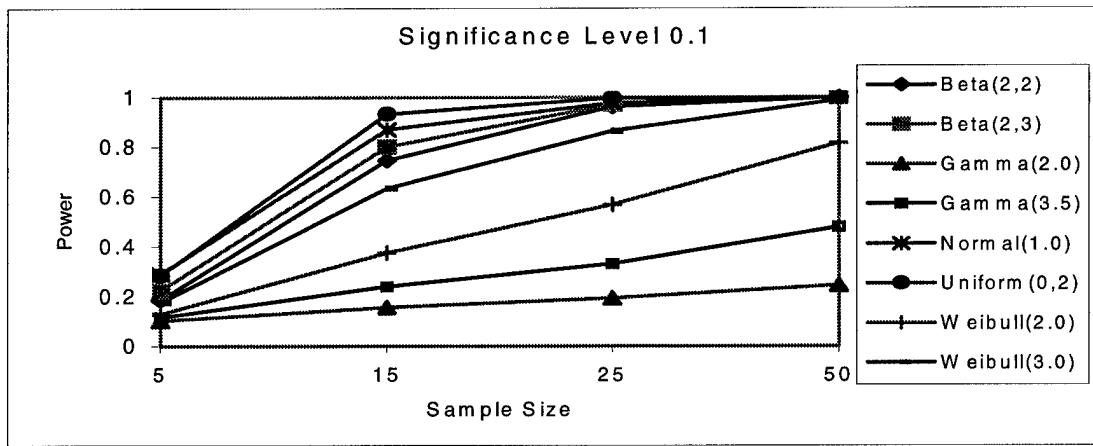


Figure 4.9 Sequential Test Power (Significance Level 0.1)

4.4.3 Individual Skewness and Q-statistic Test Power Study

An individual skewness and Q-statistic power study were conducted to identify the better of these two test statistic against certain alternatives. These individual power studies provide us some insights in selecting the individual significance levels to achieve an attained significance level for the sequential test.

The test results for the shape parameter 0.5 are shown in Table 4.50 as an example. Results of all the individual power tests are tabulated in Appendix D. As you can see in Table 4.50, the skewness test power obviously dominates the Q-statistic test power for every alternative hypothesis except the lognormal (0,2) alternative. The Q-statistic power against the lognormal (0,2) alternative exceeded the skewness power for sample size $n = 15$. Almost all the sequential test powers are close or identical to the skewness test power. Since the skewness test has better power than the Q-statistic, select a higher significance level and a corresponding lower significance level for the Q-statistic. The power from the attained significance level of such a combination creates better power among the same attained significance levels.

The sequential test power is usually between the power of the individual tests except for the lognormal (0,1), for sample size $n = 50$, and the beta (2,3) alternatives. The sequential test power was out of the individual test bound against these two alternatives. The attained significance level for the sequential test can be obtained from the combination of the individual significance levels. Against these specific alternatives, the individual test statistics have nearly identical power, and they complement one another to

the point that when employed in sequence against a sample, they reject more frequently than each test does individually.

Note also that the Q-statistic has less power if it uses the shape $\beta=3.0$ as a null hypothesis against the gamma alternative hypothesis shape $\beta=2.5$ and shape $\beta=4.0$.

Table 4.51 illustrates the results of the sequential test power mentioned above. The Q-statistic power decreases at sample size $n = 15$ and $n = 25$ for the gamma (3.0) as a null hypothesis against the gamma alternate (2.5) and (4.0). This can be explained when we investigate the means and variances of the Q-statistic for the gamma distribution. Table 4.52 and Table 4.53 illustrate the mean and variance of Q-statistic for the gamma distribution and Table 4.54 and Table 4.55 represent the skewness asymptotically as sample size increases up to 1,000. From the tables for the Q-statistic, the mean values are close for the shape values ($\beta=2.0, 3.0$, and 4.0), and the confidence intervals overlap each other relative to the variances for each shape parameter. Looking at Figure 4.10, the Q-statistic mean is constantly close for all shapes except 1.0, while Figure 4.11 shows a much large spread in the mean skewness values for all shapes. These figures illustrate why the Q-statistic test power was low in distinguishing between gamma distributions with shape values 2.0, 3.0, and 4.0.

As a conclusion of the individual test, the skewness test is effective against skewed alternatives, and the Q-statistic test would be useful against the tailed alternatives. The skewness and Q-statistic tests have their own specific strengths, and in combination through our sequential test they yield better power against a broad range of alternatives.

Table 4.50 Individual Power Study

Sample Size	Significance Level	Gamma (2.5)			Gamma (4.0)			Weibull (2.0)		
		Skewness	Q-statistic	Sequential	Skewness	Q-statistic	Sequential	Skewness	Q-statistic	Sequential
5	0.05	0.103	0.022	0.077	0.125	0.02	0.09	0.147	0.02	0.105
	0.1	0.162	0.052	0.147	0.193	0.049	0.171	0.222	0.046	0.195
	0.2	0.276	0.122	0.246	0.314	0.12	0.277	0.353	0.116	0.303
15	0.05	0.292	0.024	0.264	0.396	0.023	0.366	0.535	0.025	0.5
	0.1	0.359	0.058	0.337	0.507	0.054	0.488	0.652	0.067	0.634
	0.2	0.528	0.146	0.518	0.633	0.139	0.624	0.766	0.167	0.758
25	0.05	0.411	0.042	0.411	0.552	0.039	0.552	0.757	0.058	0.757
	0.1	0.52	0.095	0.483	0.656	0.093	0.621	0.838	0.136	0.812
	0.2	0.644	0.207	0.633	0.762	0.207	0.754	0.905	0.29	0.9
50	0.05	0.6	0.103	0.569	0.771	0.103	0.747	0.949	0.204	0.94
	0.1	0.693	0.199	0.678	0.834	0.211	0.825	0.972	0.367	0.969
	0.2	0.789	0.362	0.74	0.893	0.39	0.863	0.987	0.589	0.98

Sample Size	Significance Level	Weibull (3.0)			Lognormal (0,1)			Lognormal(0,2)		
		Skewness	Q-statistic	Sequential	Skewness	Q-statistic	Sequential	Skewness	Q-statistic	Sequential
5	0.05	0.211	0.019	0.151	0.057	0.037	0.048	0.137	0.125	0.119
	0.1	0.3	0.043	0.263	0.105	0.08	0.1	0.209	0.201	0.195
	0.2	0.445	0.11	0.333	0.209	0.173	0.197	0.323	0.32	0.3
15	0.05	0.774	0.021	0.748	0.103	0.073	0.093	0.278	0.321	0.289
	0.1	0.852	0.057	0.84	0.17	0.126	0.157	0.351	0.4	0.337
	0.2	0.918	0.152	0.913	0.283	0.227	0.277	0.453	0.508	0.467
25	0.05	0.947	0.047	0.947	0.113	0.093	0.113	0.352	0.478	0.383
	0.1	0.972	0.118	0.964	0.185	0.152	0.179	0.439	0.563	0.538
	0.2	0.987	0.271	0.986	0.303	0.261	0.301	0.569	0.663	0.618
50	0.05	0.999	0.186	0.998	0.14	0.141	0.16	0.528	0.777	0.744
	0.1	1	0.356	1	0.219	0.209	0.237	0.641	0.832	0.791
	0.2	1	0.596	1	0.34	0.321	0.352	0.764	0.885	0.877

Table 4.51 Q-statistic Power Study for Gamma Distribution

Alternate Hypothesis	Sample Size	Null Hypothesis			
		Gamma (1.0)	Gamma (2.0)	Gamma (3.0)	Gamma (4.0)
Gamma (2.5)	5	0.053	0.054	0.059	0.059
	15	0.104	0.06	0.061	0.066
	25	0.159	0.062	0.055	0.066
	50	0.226	0.064	0.06	0.077
Gamma (4.0)	5	0.058	0.054	0.056	0.055
	15	0.162	0.081	0.064	0.058
	25	0.267	0.101	0.062	0.054
	50	0.408	0.125	0.07	0.059

Table 4.52 Q-statistic Mean (Gamma Distribution)

Sample Size	Shape Value			
	1.0	2.0	3.0	4.0
5	1.7935	1.7813	1.7777	1.7611
10	2.2074	2.1087	2.1402	2.1152
20	2.6403	2.5341	2.502	2.4883
30	2.6597	2.531	2.5031	2.496
50	2.7504	2.6202	2.5788	2.5793
100	2.8089	2.6693	2.6269	2.6031
200	2.8334	2.6798	2.6376	2.6211
500	2.846	2.6992	2.6499	2.629
1000	2.8578	2.6998	2.654	2.6339

Table 4.53 Q-statistic Variance (Gamma Distribution)

Sample Size	Shape Value			
	1.0	2.0	3.0	4.0
5	0.0837	0.0737	0.0731	0.0736
10	0.2335	0.1731	0.1606	0.1395
20	0.3679	0.2431	0.2123	0.1977
30	0.2254	0.1375	0.1206	0.1166
50	0.1485	0.0918	0.0899	0.0907
100	0.0872	0.0585	0.0435	0.0471
200	0.0425	0.0276	0.023	0.0217
500	0.0166	0.0111	0.01	0.0088
1000	0.0093	0.006	0.0049	0.0047

Table 4.54 Skewness Mean (Gamma Distribution)

Sample Size	Shape Value			
	1.0	2.0	3.0	4.0
5	1.7935	1.7813	1.7777	1.7611
10	2.2074	2.1087	2.1402	2.1152
20	2.6403	2.5341	2.502	2.4883
30	2.6597	2.531	2.5031	2.496
50	2.7504	2.6202	2.5788	2.5793
100	2.8089	2.6693	2.6269	2.6031
200	2.8334	2.6798	2.6376	2.6211
500	2.846	2.6992	2.6499	2.629
1000	2.8578	2.6998	2.654	2.6339

Table 4.55 Skewness Variance (Gamma Distribution)

Sample Size	Shape Value			
	1.0	2.0	3.0	4.0
5	0.0837	0.0737	0.0731	0.0736
10	0.2335	0.1731	0.1606	0.1395
20	0.3679	0.2431	0.2123	0.1977
30	0.2254	0.1375	0.1206	0.1166
50	0.1485	0.0918	0.0899	0.0907
100	0.0872	0.0585	0.0435	0.0471
200	0.0425	0.0276	0.023	0.0217
500	0.0166	0.0111	0.01	0.0088
1000	0.0093	0.006	0.0049	0.0047

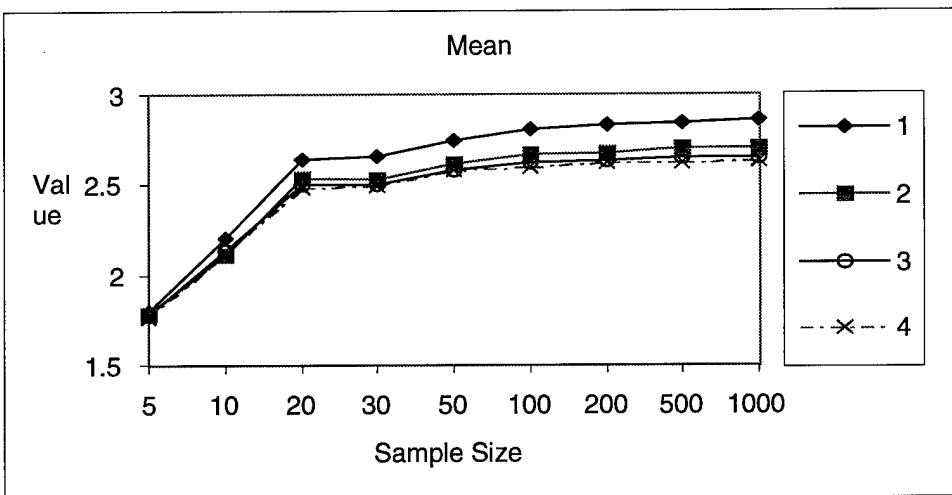


Figure 4.10 Q-statistic Mean (Gamma Distribution)

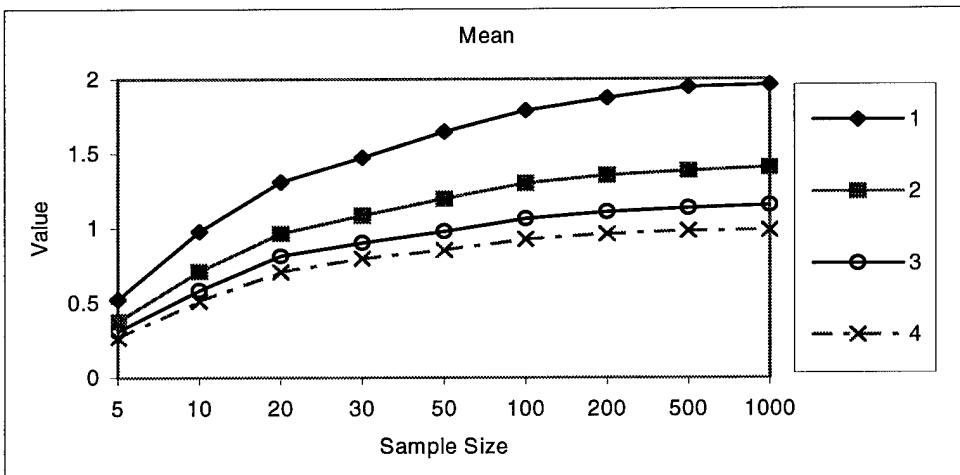


Figure 4.11 Skewness Mean (Gamma Distribution)

4.4.4 Directional Skewness and Q-statistic Test Power Study.

The independent skewness and Q-statistic test power studies tell us which of the two tests has better power against a specific alternative hypothesis by conducting two-sided statistical tests. The directional (one-sided) test would improve their power based on the results about theoretical moments for the alternatives (see Table 3.2).

The one-sided power studies are arranged only for the shapes $\beta=0.5$ and 1.5 against the gamma alternative with shape $\beta=2.5$ in this section. Refer to Appendix E for all the results. The one-sided tests were compared to the two-sided tests in each table as a convenience. The theoretical skewness and Q-statistic moments of the two distributions are significantly different. The skewness moments are 2.5609 and 1.2661 for shapes $\beta=0.5$ and 2.5 respectively. The Q-statistic moments are 3.2104 and 2.6537 for shapes $\beta=0.5$ and 2.5 respectively. If the alternative has higher theoretical skewness value than null hypothesis then one-sided test would be upper tail test and so on. Thus, we expect the one-sided test to show better power than the individual two-sided test because that the information about the distribution and theoretical moment were already known.

For instance in the skewness test in Table 4.50, the one-sided test improved the power from 6% to 17% depending on the significance levels and the sample sizes. While the one-sided Q-statistic test from Table 4.41, improved the power from 1% to 23% depending on the significance levels and the sample sizes. At the shape $\beta=1.5$ as a null hypothesis, the one-sided skewness test improved the power from 2% to 12% and the one-sided Q-statistic test improved the power from 0% to 6% depending on the significance levels and the sample sizes. Generally, the improvement in power increases

as the significance level and the sample size increases. We cannot tell that the one-sided test would improve the power compared to the two-sided test, because not all the null and alternative hypotheses were assessed for the one-sided test. However, it is unmistakable that the one-sided test should improve the power for the individual tests when the appropriate one-sided variants were used.

Table 4.56 Power Comparison (Skewness) $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$

Significance Level	Test Version	Sample Size			
		5	15	25	50
0.05	Two-sided	0.103	0.292	0.411	0.6
	One-sided	0.161	0.394	0.521	0.689
0.1	Two-sided	0.162	0.395	0.52	0.693
	One-sided	0.267	0.521	0.642	0.783
0.2	Two-sided	0.276	0.528	0.644	0.789
	One-sided	0.442	0.674	0.767	0.871

Table 4.57 Power Comparison (Q-statistic) $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$

Significance Level	Test Version	Sample Size			
		5	15	25	50
0.05	Two-sided	0.022	0.024	0.042	0.103
	One-sided	0.032	0.056	0.092	0.199
0.1	Two-sided	0.052	0.058	0.095	0.199
	One-sided	0.078	0.135	0.202	0.364
0.2	Two-sided	0.122	0.146	0.207	0.362
	One-sided	0.187	0.295	0.404	0.595

Table 4.58 Power Comparison (Skewness) $H_0: \text{Gamma}(1.5)$ $H_a: \text{Gamma}(2.5)$

Significance Level	Test Version	Sample Size			
		5	15	25	50
0.05	Two-sided	0.051	0.07	0.083	0.109
	One-sided	0.071	0.105	0.125	0.167
0.1	Two-sided	0.103	0.129	0.146	0.184
	One-sided	0.134	0.184	0.214	0.268
0.2	Two-sided	0.201	0.238	0.26	0.3
	One-sided	0.25	0.321	0.355	0.419

Table 4.59 Power Comparison (Q-statistic) H_0 : Gamma(1.5) H_a :Gamma(2.5)

Significance Level	Test Version	Sample Size			
		5	15	25	50
0.05	Two-sided	0.047	0.037	0.038	0.035
	One-sided	0.047	0.043	0.047	0.054
0.1	Two-sided	0.091	0.079	0.078	0.078
	One-sided	0.094	0.094	0.098	0.112
0.2	Two-sided	0.185	0.172	0.167	0.171
	One-sided	0.193	0.2	0.209	0.234

4.5 Conclusion

Our new sequential GOF test using skewness and Q-statistic was evaluated by the power study in this chapter. Investigating the joint distribution of skewness and Q-statistic tells us the relationship between theoretical moments and the magnitude of the sample moment and their correlation for the test statistics. The next was that the application and trend observation of the critical values. The lower tail has less variability and usually powerful than upper tail test, and the skewness has better power than Q-statistic by the variability. The observation about attained significance levels is important to the sequential test. The combination of appropriate individual test significance levels is key to getting better power for the sequential test. We validated the sequential test effectiveness through a power study and compared this to other test statistics. Through the comparison, the sequential test has better power than many EDF tests against most of the alternatives examined for a small sample size and small shape value. But as the shape value increase, the sequential test had less power than the EDF tests against the gamma alternatives and lognormal alternatives. Still the sequential test superior to the EDF tests in small sample size against some alternatives (Weibull, beta, and normal). Comparing to

the modified A^2 test, the sequential test has less power than the A^2 test as shape value increased. Using the null hypothesis itself as an alternative hypothesis, aided in verification of our simulations with power values nearly identical to the attained significance level within some random error. Through the power study, our sequential test superior to the current EDF tests and modified A^2 test for small sample size and small shape values against various alternatives but as increase the shape value, the sequential test power weaker to the current EDF tests. The best power was achieved when the skewness test was conducted at higher significance levels than the Q-statistic significance levels in general. The individual test proved this fact. These facts show us that the proper selection of significance levels for the test statistics is important to get better power in the sequential test. The directional one-sided test yield better power than two-sided test but it needs a theoretical moment and shape value for a specified distribution.

V. CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS

5.1 Conclusions

The goodness-of-fit test for the gamma distribution is conducted by the common test statistics like the EDF tests or chi-square test. Our new sequential test for the gamma distribution employed the sample skewness and Q-statistic sequentially. The use of sequential test is not popular test method but it may provide us robust performance because of its consistency. The sequential test considers the skewness and tail thickness of the distribution. The sequential test based on the sample skewness and Q-statistic conducted and tested against some alternative distributions in this research. The sequential test was conducted for the gamma distribution with the shape values 0.5(0.5)4.0 and sample sizes 5(5)50. Based on the results obtained in this research, we can note the following conclusions.

- The Monte Carlo simulations with specific significance levels created the critical values for the sequential test. The attained significance levels for the sequential test were combined with the individual significance levels. Choosing proper significance levels for the test statistics will provide better power. At the same attained significance level, selecting a higher significance level for the most powerful individual test increase the sequential test power.
- The power study validates the effectiveness of the sequential test. The sequential test was conducted against various alternative distributions. Then, it was shown that the

sequential test generally has better power than the EDF tests (K-S, A^2 , and W^2). Since the skewness and the Q-statistic tests have strengths and weaknesses themselves, individual tests were conducted to identify which test has more power against particular alternative distributions.

- Comparing the Viviano power study with the null hypothesis shape value $\beta=1.5$, the sequential test was superior to the EDF tests for the small sample size $n = 5$ against all examined alternatives with the exception of the lognormal alternatives. Against the beta alternative, the sequential test power greatly exceeds the EDF tests for all sample sizes. Conversely, the sequential test did not fare as well against the lognormal alternatives for all sample sizes. Comparing the Viviano power study with the null hypothesis shape value $\beta=4.0$, the sequential test was inferior to the EDF tests for all three sample sizes against gamma and lognormal alternatives. It stood high above or equivalent power against the Weibull, normal, and beta alternatives in every sample size. The sequential test has better power than the EDF tests for the small sample size $n = 5$ with the small shape value, but as the shape value increases, the sequential test is weaker than the EDF tests against some alternatives.
- Compared to the A^2 test work by Ozmen with shape value $\beta=0.5$, the sequential test exceeds the A^2 test for sample sizes $n = 15$ and $n = 25$. It substantially outperformed the A^2 test against the uniform (10,15) and the beta (1,1) by about 50% and 60% respectively for large sample sizes ($n = 15$ and $n = 25$). But for the small sample size $n = 5$, the sequential test provided even better or a little less power depending on the

combination of individual significance levels. For the shape value $\beta=2.0$, it stood high above against the gamma alternatives for the small sample size $n = 5$. The sequential test has better power than the A^2 tests for the small sample size $n = 5$ with the small shape value, but as the shape value increases, the sequential test is weaker than the EDF tests in every sample size.

- The benefits of the sequential test are more robust performance than the EDF tests against a broad range of alternative distributions by combining skewness and Q-statistic.
- The sequential test has the best power against alternatives of the beta, uniform and normal through the power study. But the sequential test has less power against the gamma alternatives themselves than any other alternatives.
- The skewness test usually dominated the Q-statistic through the independent skewness and Q-statistic tests. But the dominance of skewness did not occur against all the alternatives. The skewness test has better power against skewed distribution and Q-statistic superior against similarly skewed distribution. Thus, we can recognize that the individual skewness and Q-statistic tests have their own strengths and weaknesses against different alternatives.
- The sequential test power is usually located between the most powerful and the least powerful components at the same significance level. But if the individual tests had

almost identical power, the sequential test power surpassed both individual tests at a given significance level.

- The one-sided directional test yields substantially better power. Enough information about the alternative distributions is a precondition for the one-sided directional test, but it is not easy to identify the proper upper or lower tail test for the one-sided directional test.

5.2 *Recommendations*

Given the results of our sequential test for goodness-of-fit, the following recommendations are suggested for further investigation.

- Alan Davenport developed the Q-statistic from the V test statistic arguing that $\alpha=0.05$, and $\beta=0.50$ gave the most satisfaction for the Q-statistic. But Robert V. Hogg and his students used several different test statistics for the goodness-of-fit test [12]. The K test statistic can be one of the test statistics and can be competitive with the Q-statistic. According to power study with significance levels 0.05 and 0.10, the K test statistic had nearly equivalent power with the V test statistic. More challenging for the future is that they didn't use the gamma distribution for both null and alternative hypothesis for the empirical power study. Thus, using the K test statistic instead of Q-statistic as a sequential test may have different results.

- The Q-statistic demonstrates a high degree of variability compared to skewness. Especially, it has high variability for smaller shape values. This means that the Q-statistic would show worse power than the skewness test for the goodness-of-fit test. Thus, the alternative can be to replace the Q-statistic. Since the Q-statistic was modified from the kurtosis test statistic, the Royston's t_4 statistic, which was developed as a substitute for the kurtosis test, can be used as a substitute for Q-statistic. When the sequential test employs the Royston's t_4 statistic as a substitute for the Q-statistic [19:333-344], the sequential test power may be amplified.

Appendix A. Critical Values

Table A.1a Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 1.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	-1.161	-0.988	-0.874	-0.78	-0.704	-0.639	-0.588	-0.541	-0.499	-0.464
10	-0.459	-0.333	-0.25	-0.188	-0.14	-0.096	-0.061	-0.029	-0.003	0.022
15	-0.138	-0.034	0.034	0.082	0.123	0.156	0.188	0.218	0.244	0.266
20	0.051	0.156	0.216	0.268	0.306	0.337	0.365	0.389	0.411	0.431
25	0.191	0.286	0.337	0.38	0.42	0.451	0.479	0.503	0.524	0.543
30	0.301	0.384	0.436	0.477	0.511	0.54	0.564	0.588	0.61	0.628
35	0.398	0.473	0.52	0.561	0.594	0.623	0.648	0.67	0.689	0.707
40	0.452	0.528	0.578	0.616	0.647	0.673	0.698	0.718	0.738	0.756
45	0.511	0.591	0.638	0.674	0.705	0.731	0.755	0.776	0.794	0.811
50	0.568	0.637	0.684	0.719	0.75	0.777	0.796	0.816	0.833	0.85

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	-0.232	-0.2	-0.169	-0.139	-0.108	-0.08	-0.053	-0.025	0.003	0.027
10	0.238	0.265	0.291	0.315	0.338	0.36	0.381	0.402	0.422	0.441
15	0.463	0.488	0.512	0.536	0.557	0.577	0.596	0.615	0.633	0.651
20	0.612	0.635	0.657	0.678	0.699	0.718	0.736	0.756	0.773	0.79
25	0.713	0.735	0.755	0.776	0.796	0.814	0.832	0.85	0.867	0.884
30	0.792	0.813	0.835	0.854	0.873	0.891	0.91	0.927	0.943	0.959
35	0.866	0.886	0.906	0.924	0.942	0.96	0.976	0.992	1.008	1.023
40	0.91	0.93	0.95	0.969	0.986	1.003	1.019	1.035	1.05	1.066
45	0.959	0.977	0.996	1.014	1.031	1.048	1.064	1.081	1.095	1.11
50	0.997	1.016	1.035	1.053	1.07	1.087	1.103	1.119	1.134	1.148

Table A.1b Skewness Upper Tail Critical Values Shape = 1.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	1.486	1.477	1.468	1.459	1.45	1.441	1.432	1.424	1.415	1.406
10	2.464	2.389	2.335	2.291	2.249	2.214	2.176	2.143	2.112	2.08
15	2.971	2.834	2.731	2.652	2.586	2.529	2.475	2.427	2.383	2.34
20	3.286	3.097	2.966	2.868	2.785	2.713	2.654	2.6	2.548	2.502
25	3.458	3.241	3.097	2.993	2.905	2.826	2.759	2.698	2.645	2.588
30	3.646	3.379	3.214	3.088	2.985	2.901	2.826	2.762	2.708	2.658
35	3.714	3.425	3.26	3.135	3.03	2.943	2.869	2.801	2.744	2.689
40	3.794	3.51	3.336	3.195	3.082	2.999	2.924	2.857	2.795	2.741
45	3.846	3.526	3.334	3.203	3.095	3.008	2.929	2.865	2.805	2.758
50	3.869	3.558	3.357	3.217	3.114	3.021	2.939	2.869	2.81	2.759

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	1.299	1.28	1.262	1.241	1.222	1.202	1.183	1.162	1.142	1.123
10	1.795	1.754	1.717	1.68	1.646	1.613	1.584	1.553	1.524	1.495
15	1.991	1.949	1.909	1.872	1.837	1.804	1.772	1.739	1.712	1.686
20	2.125	2.08	2.041	2.001	1.965	1.93	1.9	1.869	1.841	1.813
25	2.201	2.155	2.113	2.075	2.039	2.004	1.971	1.94	1.91	1.882
30	2.263	2.218	2.177	2.137	2.1	2.065	2.032	2.001	1.971	1.942
35	2.296	2.25	2.207	2.168	2.134	2.099	2.067	2.035	2.006	1.98
40	2.333	2.288	2.244	2.205	2.168	2.133	2.101	2.072	2.043	2.014
45	2.358	2.313	2.27	2.231	2.196	2.163	2.131	2.101	2.073	2.045
50	2.365	2.323	2.283	2.246	2.21	2.176	2.146	2.117	2.088	2.061

Table A.2a Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 1.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	1.281	1.296	1.306	1.316	1.324	1.333	1.34	1.347	1.354	1.361
10	1.372	1.417	1.447	1.47	1.491	1.507	1.523	1.538	1.551	1.563
15	1.541	1.586	1.62	1.645	1.668	1.689	1.705	1.721	1.735	1.748
20	1.646	1.699	1.736	1.762	1.787	1.807	1.824	1.841	1.855	1.869
25	1.724	1.776	1.807	1.833	1.856	1.878	1.895	1.911	1.927	1.941
30	1.784	1.837	1.873	1.897	1.921	1.939	1.958	1.974	1.988	2.001
35	1.843	1.9	1.935	1.962	1.986	2.005	2.022	2.038	2.054	2.066
40	1.889	1.943	1.981	2.008	2.031	2.051	2.069	2.085	2.1	2.114
45	1.933	1.984	2.021	2.049	2.07	2.091	2.107	2.123	2.138	2.15
50	1.966	2.016	2.053	2.08	2.101	2.119	2.135	2.15	2.165	2.178

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	1.429	1.438	1.448	1.457	1.467	1.476	1.486	1.495	1.504	1.512
10	1.672	1.686	1.701	1.714	1.727	1.739	1.752	1.763	1.775	1.787
15	1.866	1.882	1.897	1.912	1.927	1.942	1.956	1.97	1.984	1.996
20	1.999	2.018	2.035	2.052	2.067	2.083	2.098	2.113	2.127	2.141
25	2.067	2.084	2.1	2.116	2.132	2.147	2.161	2.174	2.188	2.202
30	2.127	2.143	2.158	2.174	2.189	2.203	2.217	2.23	2.243	2.257
35	2.19	2.206	2.221	2.237	2.251	2.264	2.277	2.29	2.303	2.315
40	2.237	2.254	2.268	2.283	2.298	2.312	2.325	2.337	2.35	2.362
45	2.266	2.281	2.296	2.31	2.324	2.337	2.35	2.362	2.375	2.387
50	2.293	2.307	2.322	2.336	2.349	2.362	2.374	2.387	2.399	2.411

Table A.2b Q-statistic Upper Tail Critical Values Shape = 1.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	2.435	2.407	2.388	2.371	2.356	2.342	2.329	2.317	2.305	2.294
10	3.704	3.556	3.459	3.384	3.322	3.268	3.22	3.177	3.139	3.104
15	4.398	4.167	4.013	3.903	3.809	3.74	3.676	3.62	3.569	3.522
20	4.852	4.536	4.366	4.243	4.149	4.066	3.996	3.934	3.875	3.825
25	4.478	4.231	4.091	3.986	3.905	3.838	3.78	3.728	3.683	3.642
30	4.303	4.1	3.974	3.885	3.814	3.754	3.698	3.653	3.615	3.578
35	4.246	4.045	3.929	3.844	3.77	3.713	3.667	3.628	3.589	3.556
40	4.214	4.028	3.921	3.837	3.779	3.726	3.683	3.642	3.607	3.575
45	4.102	3.927	3.831	3.757	3.699	3.654	3.614	3.576	3.543	3.515
50	4.01	3.864	3.766	3.7	3.646	3.603	3.566	3.532	3.503	3.476

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	2.184	2.168	2.155	2.14	2.126	2.112	2.099	2.087	2.075	2.063
10	2.815	2.781	2.748	2.718	2.689	2.663	2.637	2.611	2.588	2.565
15	3.172	3.132	3.093	3.057	3.023	2.992	2.964	2.934	2.906	2.88
20	3.43	3.383	3.34	3.299	3.26	3.227	3.194	3.162	3.133	3.103
25	3.315	3.278	3.244	3.21	3.18	3.152	3.124	3.098	3.074	3.049
30	3.292	3.258	3.227	3.197	3.169	3.141	3.117	3.093	3.07	3.049
35	3.293	3.26	3.232	3.205	3.18	3.156	3.133	3.11	3.089	3.069
40	3.316	3.285	3.257	3.229	3.204	3.182	3.159	3.138	3.117	3.098
45	3.281	3.253	3.227	3.202	3.178	3.156	3.136	3.116	3.098	3.079
50	3.258	3.233	3.21	3.187	3.164	3.143	3.124	3.105	3.087	3.07

Table A.3a Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 2.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	-1.246	-1.124	-1.032	-0.953	-0.889	-0.831	-0.782	-0.737	-0.693	-0.654
10	-0.729	-0.582	-0.496	-0.43	-0.379	-0.34	-0.306	-0.273	-0.243	-0.216
15	-0.405	-0.29	-0.225	-0.175	-0.129	-0.092	-0.061	-0.034	-0.01	0.012
20	-0.229	-0.125	-0.06	-0.012	0.026	0.056	0.083	0.107	0.13	0.152
25	-0.089	0.004	0.059	0.103	0.139	0.167	0.191	0.214	0.236	0.254
30	0.001	0.09	0.144	0.185	0.219	0.247	0.27	0.294	0.314	0.334
35	0.087	0.17	0.219	0.259	0.288	0.313	0.337	0.358	0.375	0.393
40	0.151	0.228	0.279	0.312	0.342	0.368	0.39	0.41	0.428	0.445
45	0.207	0.282	0.33	0.364	0.389	0.412	0.434	0.453	0.472	0.488
50	0.248	0.319	0.362	0.397	0.425	0.449	0.471	0.49	0.508	0.523

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	-0.379	-0.351	-0.323	-0.295	-0.269	-0.243	-0.218	-0.193	-0.171	-0.146
10	0.004	0.031	0.055	0.08	0.103	0.125	0.148	0.168	0.187	0.205
15	0.203	0.226	0.249	0.271	0.29	0.31	0.329	0.346	0.363	0.381
20	0.326	0.348	0.368	0.387	0.406	0.425	0.442	0.459	0.476	0.494
25	0.418	0.438	0.458	0.477	0.496	0.512	0.529	0.544	0.559	0.575
30	0.488	0.507	0.526	0.545	0.562	0.578	0.594	0.609	0.624	0.639
35	0.539	0.558	0.576	0.593	0.609	0.626	0.64	0.653	0.668	0.682
40	0.586	0.604	0.622	0.638	0.653	0.668	0.683	0.697	0.711	0.725
45	0.623	0.64	0.656	0.672	0.688	0.702	0.716	0.73	0.744	0.758
50	0.658	0.675	0.691	0.707	0.721	0.736	0.75	0.763	0.776	0.789

Table A.3b Skewness Upper Tail Critical Values Shape = 2.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	1.468	1.446	1.43	1.413	1.397	1.382	1.367	1.353	1.339	1.324
10	2.308	2.194	2.115	2.053	1.997	1.951	1.905	1.865	1.828	1.792
15	2.673	2.493	2.373	2.288	2.209	2.14	2.083	2.033	1.987	1.947
20	2.847	2.636	2.493	2.385	2.297	2.227	2.173	2.12	2.076	2.033
25	2.938	2.699	2.549	2.436	2.347	2.273	2.212	2.16	2.112	2.072
30	2.994	2.743	2.578	2.465	2.371	2.297	2.237	2.181	2.131	2.086
35	3.047	2.783	2.614	2.502	2.405	2.327	2.264	2.206	2.157	2.116
40	3.018	2.759	2.597	2.477	2.384	2.31	2.248	2.195	2.147	2.109
45	3.06	2.781	2.614	2.497	2.406	2.333	2.27	2.217	2.169	2.124
50	3.029	2.756	2.595	2.48	2.39	2.317	2.257	2.202	2.154	2.112

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	1.168	1.144	1.12	1.096	1.072	1.049	1.025	1.002	0.979	0.955
10	1.486	1.448	1.413	1.38	1.347	1.317	1.29	1.261	1.236	1.21
15	1.617	1.577	1.54	1.503	1.472	1.443	1.414	1.386	1.36	1.335
20	1.685	1.647	1.612	1.579	1.546	1.517	1.489	1.461	1.435	1.41
25	1.729	1.691	1.654	1.619	1.59	1.56	1.532	1.505	1.48	1.456
30	1.755	1.717	1.683	1.651	1.619	1.59	1.563	1.538	1.512	1.488
35	1.778	1.739	1.705	1.673	1.643	1.614	1.587	1.561	1.536	1.513
40	1.781	1.743	1.71	1.68	1.651	1.623	1.597	1.572	1.548	1.524
45	1.794	1.759	1.726	1.694	1.666	1.638	1.611	1.588	1.565	1.542
50	1.798	1.762	1.728	1.698	1.669	1.642	1.618	1.593	1.571	1.549

Table A.4a Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 2.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	1.287	1.304	1.316	1.326	1.335	1.343	1.351	1.359	1.366	1.373
10	1.394	1.436	1.466	1.489	1.51	1.526	1.541	1.554	1.566	1.578
15	1.567	1.611	1.642	1.668	1.687	1.705	1.72	1.734	1.747	1.759
20	1.667	1.715	1.748	1.776	1.797	1.815	1.833	1.849	1.862	1.875
25	1.744	1.789	1.822	1.847	1.868	1.886	1.901	1.915	1.928	1.941
30	1.787	1.842	1.875	1.9	1.921	1.938	1.953	1.967	1.98	1.992
35	1.849	1.898	1.93	1.953	1.974	1.99	2.003	2.018	2.032	2.044
40	1.89	1.936	1.97	1.994	2.015	2.032	2.047	2.061	2.074	2.086
45	1.925	1.974	2.005	2.028	2.048	2.065	2.079	2.092	2.104	2.115
50	1.957	2.003	2.033	2.058	2.077	2.093	2.106	2.12	2.132	2.144

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	1.44	1.45	1.46	1.469	1.478	1.487	1.496	1.503	1.512	1.521
10	1.68	1.693	1.706	1.719	1.731	1.743	1.754	1.766	1.777	1.788
15	1.87	1.884	1.898	1.911	1.924	1.937	1.949	1.961	1.973	1.985
20	1.991	2.006	2.021	2.035	2.049	2.063	2.076	2.089	2.1	2.112
25	2.051	2.066	2.079	2.093	2.105	2.117	2.13	2.141	2.153	2.165
30	2.099	2.113	2.127	2.139	2.152	2.164	2.176	2.187	2.199	2.21
35	2.147	2.161	2.173	2.186	2.197	2.209	2.219	2.231	2.242	2.253
40	2.189	2.203	2.217	2.23	2.242	2.253	2.264	2.275	2.286	2.297
45	2.215	2.228	2.24	2.252	2.263	2.274	2.285	2.296	2.306	2.317
50	2.239	2.251	2.262	2.274	2.285	2.296	2.307	2.316	2.326	2.335

Table A.4b Q-statistic Upper Tail Critical Values Shape = 2.0

Sample Size	Significance Level (1 - α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	2.425	2.394	2.371	2.352	2.334	2.319	2.303	2.289	2.276	2.264
10	3.501	3.356	3.254	3.178	3.122	3.076	3.034	2.996	2.964	2.934
15	4.029	3.817	3.697	3.596	3.52	3.455	3.398	3.352	3.309	3.273
20	4.331	4.083	3.94	3.834	3.754	3.691	3.632	3.574	3.529	3.486
25	4.011	3.82	3.702	3.613	3.553	3.493	3.448	3.408	3.369	3.339
30	3.865	3.706	3.603	3.524	3.466	3.415	3.376	3.342	3.308	3.28
35	3.817	3.663	3.567	3.501	3.447	3.403	3.363	3.329	3.3	3.274
40	3.786	3.644	3.55	3.486	3.44	3.4	3.363	3.33	3.299	3.274
45	3.703	3.568	3.486	3.425	3.381	3.342	3.309	3.282	3.254	3.23
50	3.637	3.515	3.441	3.386	3.344	3.305	3.273	3.248	3.221	3.2

Sample Size	Significance Level (1 - α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	2.153	2.137	2.122	2.108	2.095	2.082	2.069	2.057	2.045	2.034
10	2.681	2.652	2.625	2.598	2.574	2.55	2.529	2.507	2.487	2.468
15	2.977	2.941	2.908	2.878	2.849	2.824	2.8	2.776	2.753	2.732
20	3.169	3.132	3.098	3.065	3.036	3.005	2.981	2.956	2.932	2.91
25	3.079	3.049	3.02	2.993	2.967	2.945	2.923	2.902	2.882	2.863
30	3.052	3.025	3	2.977	2.955	2.934	2.915	2.896	2.877	2.86
35	3.06	3.034	3.009	2.987	2.965	2.945	2.926	2.91	2.893	2.876
40	3.072	3.048	3.025	3.004	2.985	2.967	2.947	2.93	2.914	2.898
45	3.043	3.022	3.001	2.981	2.962	2.944	2.928	2.912	2.896	2.881
50	3.025	3.004	2.984	2.966	2.948	2.932	2.916	2.899	2.886	2.872

Table A.5a Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 3.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	-1.278	-1.165	-1.077	-1.008	-0.948	-0.897	-0.847	-0.805	-0.764	-0.729
10	-0.863	-0.715	-0.622	-0.555	-0.502	-0.459	-0.421	-0.389	-0.361	-0.335
15	-0.56	-0.441	-0.367	-0.312	-0.269	-0.234	-0.204	-0.174	-0.148	-0.124
20	-0.366	-0.261	-0.199	-0.152	-0.113	-0.079	-0.05	-0.026	-0.004	0.016
25	-0.239	-0.146	-0.085	-0.042	-0.008	0.021	0.047	0.07	0.091	0.109
30	-0.138	-0.054	-0.001	0.04	0.073	0.101	0.126	0.147	0.166	0.184
35	-0.06	0.02	0.071	0.111	0.142	0.168	0.19	0.207	0.226	0.243
40	-0.003	0.079	0.127	0.161	0.189	0.213	0.235	0.252	0.27	0.286
45	0.06	0.132	0.176	0.207	0.236	0.258	0.278	0.297	0.315	0.33
50	0.099	0.169	0.211	0.245	0.272	0.292	0.313	0.331	0.348	0.363

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	-0.437	-0.407	-0.383	-0.359	-0.335	-0.3	10 -0.28	-0.264	-0.242	-0.218
10	-0.113	-0.086	-0.06	-0.036	-0.012	0.01	0.031	0.052	0.071	0.089
15	0.065	0.088	0.109	0.13	0.151	0.171	0.188	0.206	0.224	0.242
20	0.188	0.209	0.229	0.249	0.268	0.286	0.303	0.32	0.336	0.352
25	0.267	0.287	0.307	0.326	0.343	0.36	0.377	0.393	0.408	0.422
30	0.336	0.355	0.372	0.389	0.406	0.421	0.436	0.451	0.466	0.48
35	0.385	0.403	0.419	0.436	0.452	0.467	0.481	0.495	0.509	0.523
40	0.423	0.441	0.457	0.473	0.488	0.502	0.516	0.53	0.543	0.557
45	0.46	0.476	0.493	0.508	0.523	0.537	0.551	0.564	0.577	0.59
50	0.49	0.507	0.523	0.537	0.551	0.564	0.578	0.591	0.603	0.616

Table A.5b Skewness Upper Tail Critical Values Shape = 3.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	1.458	1.432	1.408	1.388	1.369	1.352	1.334	1.317	1.3	1.284
10	2.201	2.082	1.986	1.916	1.86	1.808	1.762	1.717	1.677	1.639
15	2.466	2.283	2.158	2.067	1.994	1.933	1.88	1.831	1.789	1.749
20	2.554	2.358	2.232	2.135	2.059	1.998	1.941	1.89	1.844	1.804
25	2.664	2.428	2.285	2.175	2.091	2.018	1.96	1.905	1.86	1.822
30	2.679	2.442	2.297	2.18	2.096	2.026	1.967	1.916	1.87	1.826
35	2.676	2.426	2.269	2.168	2.085	2.019	1.964	1.913	1.867	1.825
40	2.67	2.408	2.265	2.152	2.075	2.01	1.954	1.91	1.87	1.832
45	2.658	2.407	2.269	2.159	2.078	2.01	1.955	1.907	1.861	1.821
50	2.63	2.392	2.237	2.137	2.054	1.989	1.933	1.884	1.843	1.805

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	1.105	1.076	1.048	1.022	0.995	0.969	0.944	0.919	0.894	0.869
10	1.34	1.302	1.267	1.235	1.205	1.178	1.15	1.124	1.1	1.075
15	1.435	1.399	1.365	1.331	1.301	1.272	1.243	1.218	1.192	1.169
20	1.482	1.445	1.41	1.38	1.348	1.323	1.297	1.27	1.246	1.223
25	1.503	1.468	1.434	1.403	1.375	1.347	1.322	1.297	1.274	1.251
30	1.522	1.487	1.454	1.423	1.395	1.369	1.343	1.319	1.294	1.274
35	1.523	1.489	1.459	1.431	1.405	1.379	1.354	1.331	1.308	1.286
40	1.532	1.499	1.469	1.44	1.414	1.389	1.366	1.344	1.322	1.301
45	1.533	1.502	1.471	1.443	1.416	1.391	1.367	1.345	1.324	1.304
50	1.531	1.501	1.472	1.447	1.422	1.399	1.377	1.355	1.334	1.315

Table A.6a Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 3.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	1.289	1.306	1.319	1.329	1.338	1.346	1.354	1.362	1.369	1.376
10	1.397	1.443	1.471	1.494	1.513	1.531	1.545	1.559	1.571	1.583
15	1.572	1.62	1.651	1.674	1.696	1.713	1.729	1.743	1.756	1.768
20	1.674	1.727	1.761	1.787	1.808	1.826	1.844	1.858	1.872	1.885
25	1.749	1.797	1.827	1.851	1.872	1.889	1.904	1.92	1.932	1.945
30	1.803	1.852	1.884	1.908	1.928	1.945	1.961	1.973	1.986	1.997
35	1.862	1.908	1.938	1.96	1.979	1.996	2.012	2.025	2.037	2.047
40	1.899	1.945	1.974	1.999	2.018	2.034	2.049	2.062	2.075	2.086
45	1.93	1.977	2.008	2.03	2.05	2.066	2.08	2.094	2.106	2.116
50	1.96	2.005	2.035	2.058	2.076	2.091	2.105	2.117	2.128	2.138

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	1.442	1.452	1.462	1.472	1.481	1.49	1.498	1.507	1.515	1.523
10	1.684	1.697	1.709	1.722	1.734	1.745	1.757	1.767	1.778	1.789
15	1.873	1.888	1.901	1.914	1.927	1.94	1.952	1.964	1.975	1.986
20	1.998	2.013	2.027	2.04	2.054	2.067	2.079	2.092	2.103	2.115
25	2.05	2.064	2.077	2.09	2.102	2.113	2.124	2.136	2.146	2.157
30	2.099	2.112	2.125	2.137	2.149	2.16	2.171	2.182	2.193	2.203
35	2.147	2.16	2.172	2.183	2.195	2.206	2.217	2.227	2.236	2.246
40	2.184	2.197	2.209	2.221	2.232	2.242	2.253	2.263	2.273	2.283
45	2.208	2.221	2.232	2.243	2.254	2.265	2.275	2.285	2.294	2.303
50	2.229	2.24	2.252	2.263	2.273	2.283	2.292	2.302	2.311	2.32

Table A.6b Q-statistic Upper Tail Critical Values Shape = 3.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	2.42	2.388	2.364	2.345	2.325	2.309	2.294	2.281	2.268	2.256
10	3.426	3.277	3.185	3.114	3.054	3.006	2.964	2.928	2.897	2.865
15	3.871	3.681	3.561	3.468	3.399	3.344	3.297	3.253	3.218	3.184
20	4.11	3.911	3.781	3.696	3.62	3.558	3.502	3.458	3.419	3.383
25	3.877	3.687	3.582	3.506	3.442	3.392	3.348	3.31	3.274	3.241
30	3.736	3.576	3.475	3.406	3.355	3.312	3.273	3.24	3.21	3.183
35	3.668	3.522	3.443	3.379	3.33	3.289	3.254	3.225	3.199	3.173
40	3.637	3.509	3.438	3.379	3.333	3.297	3.265	3.234	3.209	3.184
45	3.571	3.443	3.365	3.313	3.274	3.237	3.205	3.179	3.156	3.134
50	3.494	3.393	3.325	3.274	3.236	3.203	3.174	3.151	3.128	3.107

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	2.144	2.13	2.116	2.102	2.089	2.076	2.063	2.05	2.039	2.028
10	2.635	2.607	2.581	2.557	2.535	2.514	2.495	2.475	2.457	2.439
15	2.914	2.883	2.854	2.826	2.8	2.775	2.753	2.732	2.71	2.69
20	3.093	3.06	3.028	2.998	2.97	2.943	2.917	2.894	2.872	2.851
25	3.002	2.974	2.947	2.923	2.901	2.88	2.86	2.84	2.822	2.803
30	2.973	2.949	2.926	2.905	2.885	2.866	2.848	2.832	2.814	2.799
35	2.976	2.954	2.934	2.913	2.895	2.876	2.86	2.845	2.828	2.813
40	2.999	2.977	2.956	2.935	2.917	2.9	2.884	2.868	2.853	2.838
45	2.964	2.945	2.927	2.909	2.893	2.877	2.862	2.847	2.833	2.82
50	2.953	2.933	2.916	2.9	2.884	2.869	2.855	2.841	2.827	2.815

Table A.7a Skewness Lower Tail Critical Values Shape = 4.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	-1.313	-1.206	-1.125	-1.056	-0.994	-0.94	-0.896	-0.852	-0.813	-0.777
10	-0.957	-0.806	-0.71	-0.638	-0.586	-0.539	-0.5	-0.466	-0.438	-0.409
15	-0.637	-0.521	-0.449	-0.391	-0.347	-0.314	-0.281	-0.254	-0.23	-0.205
20	-0.453	-0.351	-0.288	-0.239	-0.203	-0.17	-0.142	-0.116	-0.092	-0.07
25	-0.335	-0.24	-0.181	-0.14	-0.103	-0.072	-0.045	-0.021	-0.001	0.019
30	-0.235	-0.151	-0.097	-0.055	-0.022	0.005	0.03	0.05	0.071	0.089
35	-0.161	-0.078	-0.03	0.004	0.034	0.059	0.082	0.102	0.122	0.139
40	-0.095	-0.021	0.028	0.067	0.096	0.119	0.14	0.159	0.177	0.193
45	-0.048	0.021	0.072	0.105	0.135	0.158	0.179	0.199	0.216	0.231
50	0.006	0.07	0.114	0.147	0.175	0.198	0.218	0.234	0.25	0.265

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	-0.481	-0.448	-0.418	-0.395	-0.373	-0.35	-0.327	-0.304	-0.282	-0.261
10	-0.188	-0.159	-0.133	-0.108	-0.084	-0.062	-0.041	-0.021	-0.001	0.018
15	-0.012	0.011	0.034	0.056	0.076	0.096	0.114	0.132	0.15	0.167
20	0.1	0.121	0.141	0.16	0.179	0.197	0.214	0.23	0.247	0.263
25	0.179	0.199	0.218	0.237	0.254	0.27	0.286	0.302	0.317	0.332
30	0.239	0.257	0.276	0.292	0.308	0.325	0.339	0.355	0.37	0.384
35	0.284	0.302	0.319	0.334	0.349	0.364	0.378	0.393	0.407	0.421
40	0.327	0.344	0.36	0.375	0.39	0.405	0.419	0.432	0.445	0.458
45	0.361	0.377	0.393	0.408	0.422	0.435	0.449	0.462	0.474	0.486
50	0.388	0.406	0.422	0.436	0.449	0.461	0.474	0.487	0.499	0.511

Table A.7b Skewness Upper Tail Critical Values Shape = 4.0

Sample Size	Significance Level ($1 - \alpha$)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	1.454	1.422	1.396	1.372	1.351	1.332	1.312	1.293	1.274	1.255
10	2.131	1.996	1.899	1.834	1.777	1.723	1.673	1.632	1.593	1.555
15	2.359	2.158	2.038	1.954	1.881	1.819	1.761	1.714	1.668	1.63
20	2.457	2.233	2.092	1.988	1.907	1.843	1.788	1.743	1.701	1.663
25	2.488	2.251	2.101	2.002	1.922	1.855	1.801	1.753	1.708	1.671
30	2.45	2.234	2.089	1.985	1.904	1.842	1.789	1.744	1.702	1.665
35	2.442	2.217	2.078	1.976	1.9	1.838	1.784	1.735	1.693	1.655
40	2.459	2.204	2.063	1.965	1.89	1.833	1.78	1.733	1.692	1.658
45	2.41	2.166	2.038	1.945	1.872	1.811	1.759	1.713	1.675	1.638
50	2.382	2.154	2.032	1.935	1.86	1.799	1.746	1.705	1.665	1.634

Sample Size	Significance Level ($1 - \alpha$)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	1.067	1.037	1.008	0.979	0.951	0.923	0.899	0.874	0.849	0.825
10	1.258	1.221	1.187	1.154	1.123	1.097	1.069	1.043	1.019	0.994
15	1.324	1.289	1.255	1.225	1.196	1.168	1.14	1.113	1.089	1.067
20	1.356	1.322	1.29	1.259	1.231	1.204	1.178	1.153	1.13	1.107
25	1.371	1.338	1.306	1.278	1.249	1.222	1.197	1.174	1.151	1.131
30	1.376	1.345	1.313	1.283	1.257	1.232	1.208	1.187	1.166	1.146
35	1.376	1.343	1.314	1.287	1.261	1.239	1.215	1.194	1.174	1.154
40	1.384	1.353	1.325	1.297	1.271	1.25	1.227	1.205	1.185	1.165
45	1.374	1.343	1.316	1.29	1.267	1.245	1.222	1.203	1.183	1.165
50	1.377	1.348	1.323	1.297	1.275	1.253	1.232	1.212	1.192	1.174

Table A.8a Q-statistic Lower Tail Critical Values Shape = 4.0

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
5	1.289	1.305	1.318	1.329	1.338	1.347	1.355	1.363	1.37	1.377
10	1.403	1.45	1.479	1.502	1.52	1.536	1.551	1.564	1.576	1.588
15	1.579	1.628	1.66	1.684	1.702	1.72	1.734	1.748	1.762	1.774
20	1.683	1.732	1.764	1.79	1.812	1.83	1.847	1.862	1.876	1.889
25	1.76	1.808	1.839	1.862	1.881	1.899	1.915	1.929	1.942	1.954
30	1.806	1.855	1.888	1.912	1.93	1.947	1.961	1.974	1.986	1.998
35	1.861	1.908	1.938	1.961	1.979	1.996	2.012	2.025	2.036	2.047
40	1.904	1.952	1.982	2.004	2.022	2.038	2.053	2.066	2.078	2.089
45	1.937	1.982	2.011	2.034	2.052	2.068	2.083	2.095	2.107	2.117
50	1.969	2.012	2.039	2.059	2.078	2.092	2.106	2.118	2.129	2.139

Sample Size	Significance Level (α)									
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
5	1.444	1.454	1.464	1.473	1.483	1.491	1.501	1.509	1.518	1.526
10	1.689	1.701	1.714	1.726	1.737	1.748	1.759	1.769	1.78	1.791
15	1.878	1.892	1.906	1.919	1.932	1.945	1.956	1.968	1.979	1.99
20	2.002	2.017	2.032	2.045	2.058	2.07	2.082	2.094	2.105	2.117
25	2.055	2.069	2.082	2.095	2.106	2.118	2.129	2.141	2.151	2.162
30	2.098	2.112	2.125	2.137	2.149	2.16	2.171	2.181	2.191	2.201
35	2.143	2.155	2.168	2.179	2.191	2.202	2.213	2.223	2.233	2.243
40	2.186	2.198	2.209	2.22	2.231	2.242	2.251	2.261	2.271	2.28
45	2.209	2.22	2.231	2.242	2.253	2.262	2.272	2.281	2.29	2.299
50	2.229	2.241	2.251	2.262	2.272	2.281	2.291	2.299	2.308	2.316

Table A.8b Q-statistic Upper Tail Critical Values Shape = 4.0

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.995	0.99	0.985	0.98	0.975	0.97	0.965	0.96	0.955	0.95
5	2.419	2.388	2.363	2.343	2.324	2.308	2.293	2.279	2.266	2.254
10	3.366	3.23	3.145	3.079	3.024	2.977	2.938	2.906	2.874	2.846
15	3.809	3.607	3.5	3.417	3.347	3.295	3.248	3.211	3.176	3.142
20	4.057	3.839	3.716	3.628	3.555	3.495	3.444	3.401	3.359	3.322
25	3.77	3.613	3.506	3.433	3.376	3.324	3.284	3.25	3.221	3.193
30	3.63	3.493	3.405	3.344	3.291	3.251	3.217	3.186	3.158	3.132
35	3.578	3.45	3.374	3.319	3.273	3.232	3.198	3.172	3.146	3.123
40	3.574	3.444	3.372	3.319	3.276	3.239	3.209	3.182	3.159	3.137
45	3.479	3.373	3.298	3.253	3.214	3.181	3.154	3.129	3.107	3.087
50	3.425	3.327	3.266	3.221	3.186	3.157	3.128	3.105	3.084	3.066

Sample Size	Significance Level (1- α)									
	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8
5	2.141	2.126	2.112	2.097	2.085	2.072	2.059	2.047	2.036	2.024
10	2.619	2.592	2.567	2.544	2.521	2.501	2.48	2.462	2.444	2.425
15	2.878	2.849	2.822	2.795	2.771	2.748	2.727	2.707	2.688	2.668
20	3.051	3.02	2.989	2.961	2.936	2.911	2.886	2.865	2.844	2.824
25	2.965	2.939	2.915	2.893	2.872	2.852	2.832	2.814	2.796	2.78
30	2.935	2.913	2.892	2.872	2.853	2.835	2.817	2.801	2.785	2.771
35	2.942	2.919	2.898	2.88	2.862	2.845	2.829	2.815	2.8	2.786
40	2.962	2.94	2.921	2.903	2.887	2.87	2.854	2.84	2.826	2.812
45	2.929	2.91	2.892	2.876	2.86	2.846	2.831	2.817	2.803	2.791
50	2.916	2.898	2.882	2.866	2.851	2.836	2.823	2.811	2.799	2.787

Appendix B Attained Significance Levels

Table B.1 Attained Significance Levels: Shape = 0.5, $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
		0.01	0.017	0.025	0.035	0.045	0.055	0.065	0.07	0.08	0.09	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.184
		0.02	0.027	0.034	0.041	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.159	0.169	0.179	0.189	0.204
		0.03	0.036	0.043	0.05	0.058	0.066	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.144	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.209
		0.04	0.046	0.052	0.059	0.066	0.074	0.082	0.09	0.098	0.106	0.115	0.125	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.214
		0.05	0.056	0.062	0.069	0.075	0.082	0.09	0.098	0.105	0.113	0.121	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.178	0.188	0.198	0.224
		0.06	0.066	0.072	0.078	0.084	0.091	0.098	0.105	0.113	0.12	0.128	0.135	0.144	0.152	0.162	0.171	0.181	0.191	0.207	0.227
		0.07	0.075	0.081	0.087	0.093	0.1	0.106	0.113	0.12	0.128	0.135	0.142	0.15	0.158	0.168	0.175	0.184	0.191	0.201	0.230
		0.08	0.085	0.091	0.097	0.103	0.109	0.115	0.121	0.128	0.135	0.142	0.15	0.157	0.164	0.172	0.18	0.188	0.197	0.204	0.233
		0.09	0.095	0.101	0.106	0.112	0.118	0.124	0.13	0.136	0.143	0.15	0.157	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.202	0.211	0.236
		0.1	0.105	0.111	0.116	0.121	0.127	0.133	0.139	0.145	0.151	0.158	0.166	0.173	0.179	0.186	0.193	0.2	0.208	0.216	0.242
		0.11	0.115	0.12	0.125	0.131	0.136	0.142	0.148	0.154	0.16	0.166	0.173	0.179	0.187	0.193	0.2	0.207	0.214	0.224	0.233
		0.12	0.125	0.13	0.135	0.14	0.146	0.151	0.157	0.163	0.169	0.174	0.181	0.187	0.193	0.2	0.207	0.214	0.221	0.229	0.246
		0.13	0.135	0.14	0.145	0.15	0.155	0.16	0.166	0.172	0.177	0.183	0.189	0.195	0.201	0.208	0.214	0.221	0.228	0.235	0.251
		0.14	0.145	0.149	0.154	0.16	0.165	0.175	0.181	0.186	0.192	0.198	0.204	0.21	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.249	0.257
		0.15	0.155	0.159	0.164	0.169	0.174	0.179	0.184	0.19	0.195	0.201	0.206	0.212	0.218	0.223	0.229	0.236	0.242	0.249	0.262
		0.16	0.165	0.169	0.174	0.179	0.184	0.188	0.194	0.199	0.204	0.209	0.215	0.221	0.226	0.232	0.238	0.243	0.25	0.256	0.269
		0.17	0.175	0.179	0.183	0.188	0.193	0.198	0.203	0.208	0.213	0.218	0.224	0.229	0.235	0.24	0.246	0.251	0.257	0.263	0.276
		0.18	0.185	0.189	0.193	0.198	0.203	0.207	0.212	0.217	0.222	0.227	0.233	0.238	0.243	0.249	0.254	0.26	0.265	0.271	0.277
		0.19	0.194	0.199	0.203	0.208	0.212	0.217	0.222	0.227	0.232	0.236	0.242	0.247	0.252	0.257	0.262	0.268	0.273	0.279	0.285
		0.2	0.204	0.209	0.213	0.217	0.222	0.227	0.231	0.236	0.241	0.246	0.251	0.256	0.261	0.266	0.271	0.276	0.282	0.287	0.298

Table B.2 Attained Significance Levels: Shape = 0.5, $n = 15$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
		0.01	0.015	0.023	0.033	0.043	0.053	0.062	0.072	0.082	0.092	0.102	0.112	0.121	0.131	0.141	0.151	0.161	0.171	0.181	0.201
		0.02	0.023	0.029	0.036	0.045	0.055	0.065	0.074	0.084	0.093	0.103	0.113	0.123	0.133	0.142	0.152	0.162	0.172	0.182	0.201
		0.03	0.032	0.036	0.042	0.049	0.058	0.067	0.076	0.086	0.095	0.105	0.114	0.124	0.134	0.143	0.153	0.163	0.173	0.183	0.202
		0.04	0.042	0.045	0.05	0.054	0.061	0.067	0.077	0.088	0.097	0.106	0.116	0.125	0.135	0.145	0.154	0.164	0.174	0.184	0.203
		0.05	0.051	0.054	0.057	0.061	0.067	0.073	0.081	0.09	0.099	0.108	0.118	0.127	0.137	0.146	0.156	0.165	0.175	0.185	0.204
		0.06	0.061	0.063	0.065	0.069	0.074	0.08	0.086	0.093	0.101	0.11	0.119	0.129	0.138	0.147	0.157	0.166	0.176	0.186	0.205
		0.07	0.071	0.072	0.074	0.077	0.081	0.085	0.091	0.097	0.105	0.113	0.122	0.131	0.14	0.149	0.158	0.168	0.177	0.187	0.206
		0.08	0.08	0.081	0.083	0.086	0.089	0.097	0.103	0.109	0.116	0.124	0.133	0.142	0.151	0.16	0.169	0.179	0.188	0.198	0.207
		0.09	0.09	0.091	0.094	0.097	0.1	0.105	0.109	0.115	0.121	0.128	0.136	0.144	0.153	0.162	0.171	0.18	0.19	0.208	
		0.1	0.101	0.102	0.103	0.106	0.109	0.112	0.116	0.121	0.126	0.133	0.14	0.147	0.156	0.164	0.173	0.182	0.191	0.210	
		0.11	0.11	0.111	0.112	0.115	0.117	0.12	0.124	0.13	0.133	0.14	0.144	0.151	0.159	0.167	0.175	0.184	0.193	0.211	
		0.12	0.12	0.12	0.122	0.124	0.126	0.129	0.131	0.135	0.139	0.143	0.15	0.156	0.163	0.17	0.177	0.186	0.195	0.204	
		0.13	0.13	0.13	0.131	0.132	0.133	0.135	0.137	0.14	0.143	0.146	0.151	0.161	0.17	0.174	0.181	0.189	0.197	0.206	
		0.14	0.14	0.14	0.141	0.142	0.144	0.146	0.148	0.151	0.154	0.158	0.162	0.167	0.173	0.179	0.185	0.192	0.2	0.208	
		0.15	0.15	0.151	0.152	0.153	0.155	0.156	0.158	0.162	0.165	0.168	0.17	0.173	0.177	0.181	0.185	0.195	0.204	0.222	
		0.16	0.16	0.16	0.161	0.162	0.164	0.165	0.168	0.17	0.176	0.179	0.181	0.184	0.188	0.191	0.196	0.201	0.208	0.215	
		0.17	0.17	0.17	0.171	0.172	0.173	0.174	0.176	0.179	0.181	0.184	0.187	0.19	0.193	0.199	0.202	0.211	0.218	0.221	
		0.18	0.18	0.18	0.181	0.182	0.183	0.184	0.186	0.188	0.19	0.192	0.194	0.196	0.198	0.202	0.206	0.211	0.217	0.223	
		0.19	0.19	0.19	0.191	0.192	0.193	0.194	0.195	0.196	0.198	0.199	0.201	0.203	0.205	0.209	0.213	0.217	0.222	0.228	
		0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.201	0.202	0.203	0.205	0.207	0.209	0.211	0.214	0.217	0.222	0.224	0.229	0.234	

Table B.3 Attained Significance Levels: Shape = 1.5, $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
Significance Levels (Skewness)		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.017	0.025	0.035	0.045	0.055	0.065	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.184	0.194	0.204	
0.02	0.027	0.034	0.041	0.05	0.066	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.144	0.154	0.164	0.179	0.189	0.199	0.209	0.214	
0.03	0.036	0.043	0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.149	0.159	0.169	0.174	0.184	0.194	0.204	
0.04	0.046	0.052	0.059	0.066	0.074	0.082	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.149	0.159	0.169	0.179	0.189	0.199	0.209	0.219	
0.05	0.056	0.062	0.069	0.075	0.082	0.089	0.098	0.106	0.115	0.125	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.204	0.214	0.224	
0.06	0.066	0.072	0.078	0.084	0.091	0.098	0.105	0.113	0.121	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.178	0.188	0.198	0.207	0.217	0.227	
0.07	0.075	0.081	0.087	0.093	0.1	0.106	0.113	0.12	0.128	0.135	0.144	0.152	0.162	0.171	0.181	0.191	0.201	0.21	0.22	0.23	
0.08	0.085	0.091	0.097	0.103	0.109	0.115	0.121	0.128	0.135	0.142	0.15	0.166	0.175	0.184	0.194	0.204	0.213	0.223	0.233	0.239	
0.09	0.095	0.101	0.106	0.112	0.118	0.124	0.13	0.136	0.143	0.15	0.157	0.164	0.172	0.18	0.188	0.197	0.207	0.217	0.226	0.236	
0.1	0.105	0.111	0.116	0.121	0.127	0.133	0.139	0.145	0.151	0.158	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.202	0.211	0.22	0.23	0.239	
0.11	0.115	0.12	0.125	0.131	0.136	0.142	0.148	0.154	0.16	0.166	0.173	0.179	0.186	0.193	0.2	0.208	0.216	0.224	0.233	0.242	
0.12	0.125	0.13	0.135	0.14	0.146	0.151	0.157	0.163	0.169	0.174	0.181	0.187	0.193	0.201	0.207	0.214	0.221	0.229	0.237	0.246	
0.13	0.135	0.14	0.145	0.15	0.155	0.16	0.166	0.172	0.177	0.183	0.189	0.195	0.201	0.208	0.214	0.221	0.228	0.235	0.243	0.251	
0.14	0.145	0.149	0.154	0.16	0.165	0.17	0.175	0.181	0.186	0.192	0.198	0.204	0.21	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.249	0.257	
0.15	0.155	0.159	0.164	0.169	0.174	0.179	0.184	0.19	0.195	0.201	0.206	0.212	0.218	0.223	0.229	0.236	0.242	0.249	0.255	0.262	
0.16	0.165	0.169	0.174	0.179	0.184	0.188	0.193	0.199	0.204	0.21	0.216	0.221	0.226	0.232	0.238	0.243	0.248	0.256	0.262	0.269	
0.17	0.175	0.179	0.183	0.188	0.193	0.198	0.203	0.208	0.213	0.218	0.224	0.229	0.235	0.24	0.246	0.251	0.257	0.263	0.27	0.276	
0.18	0.185	0.189	0.193	0.198	0.203	0.207	0.212	0.217	0.222	0.227	0.233	0.238	0.243	0.249	0.254	0.26	0.265	0.271	0.277	0.283	
0.19	0.194	0.199	0.203	0.208	0.223	0.222	0.227	0.231	0.236	0.242	0.247	0.252	0.257	0.262	0.268	0.273	0.279	0.285	0.291	0.298	
0.2	0.204	0.209	0.213	0.217	0.222	0.227	0.231	0.236	0.241	0.246	0.251	0.256	0.261	0.266	0.271	0.276	0.282	0.287	0.293	0.298	

Table B.4 Attained Significance Levels: Shape = 1.5, $n = 15$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
Significance Levels (Skewness)		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.015	0.023	0.033	0.043	0.053	0.062	0.072	0.082	0.092	0.102	0.112	0.121	0.131	0.141	0.151	0.161	0.171	0.181	0.191	0.201	
0.02	0.023	0.029	0.036	0.045	0.055	0.065	0.074	0.084	0.093	0.103	0.113	0.123	0.132	0.142	0.152	0.162	0.172	0.182	0.192	0.201	
0.03	0.032	0.036	0.042	0.049	0.058	0.067	0.076	0.086	0.095	0.105	0.114	0.124	0.134	0.143	0.153	0.163	0.173	0.183	0.192	0.202	
0.04	0.042	0.045	0.05	0.054	0.061	0.07	0.078	0.088	0.097	0.106	0.116	0.125	0.135	0.145	0.154	0.164	0.174	0.184	0.193	0.203	
0.05	0.051	0.054	0.057	0.061	0.067	0.073	0.081	0.089	0.099	0.108	0.118	0.127	0.136	0.146	0.156	0.165	0.175	0.185	0.194	0.204	
0.06	0.061	0.063	0.069	0.074	0.081	0.086	0.093	0.101	0.11	0.119	0.129	0.138	0.147	0.157	0.166	0.176	0.186	0.195	0.205		
0.07	0.071	0.072	0.074	0.077	0.081	0.085	0.091	0.097	0.105	0.113	0.122	0.131	0.14	0.149	0.158	0.168	0.177	0.187	0.196	0.206	
0.08	0.08	0.081	0.083	0.086	0.09	0.093	0.097	0.103	0.109	0.116	0.124	0.133	0.142	0.151	0.16	0.169	0.179	0.188	0.198	0.207	
0.09	0.09	0.091	0.092	0.094	0.097	0.1	0.105	0.109	0.115	0.121	0.128	0.136	0.144	0.153	0.162	0.171	0.18	0.19	0.199	0.208	
0.1	0.1	0.101	0.102	0.103	0.106	0.109	0.112	0.116	0.121	0.126	0.133	0.14	0.147	0.155	0.164	0.173	0.182	0.191	0.2	0.21	
0.11	0.11	0.111	0.113	0.115	0.117	0.12	0.124	0.128	0.133	0.138	0.144	0.15	0.156	0.163	0.17	0.178	0.186	0.195	0.204	0.213	
0.12	0.12	0.121	0.122	0.124	0.126	0.129	0.131	0.135	0.139	0.144	0.15	0.156	0.161	0.167	0.174	0.181	0.189	0.197	0.206	0.215	
0.13	0.13	0.131	0.132	0.133	0.135	0.137	0.14	0.143	0.146	0.148	0.151	0.154	0.158	0.162	0.167	0.173	0.18	0.192	0.206	0.217	
0.14	0.14	0.14	0.141	0.142	0.144	0.146	0.148	0.151	0.153	0.155	0.159	0.163	0.169	0.174	0.184	0.19	0.195	0.203	0.211	0.219	
0.15	0.15	0.15	0.151	0.152	0.153	0.155	0.156	0.159	0.162	0.165	0.169	0.174	0.178	0.184	0.19	0.195	0.201	0.208	0.215	0.221	
0.16	0.16	0.16	0.161	0.162	0.164	0.166	0.168	0.17	0.173	0.177	0.181	0.185	0.188	0.191	0.196	0.201	0.208	0.212	0.215	0.225	
0.17	0.17	0.17	0.171	0.174	0.177	0.18	0.183	0.186	0.189	0.192	0.195	0.198	0.201	0.204	0.207	0.211	0.217	0.223	0.229		
0.18	0.18	0.18	0.181	0.183	0.186	0.188	0.19	0.192	0.195	0.198	0.201	0.204	0.207	0.21	0.214	0.217	0.222	0.228	0.234	0.239	
0.19	0.19	0.19	0.19	0.191	0.192	0.193	0.194	0.195	0.196	0.198	0.201	0.203	0.205	0.207	0.211	0.214	0.217	0.222	0.228	0.234	
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Table B.5 Attained Significance Levels: Shape = 2.0, $n = 5$

		Significance Levels (Q -statistic)																				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
		0.019	0.028	0.037	0.046	0.055	0.063	0.072	0.081	0.09	0.103	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.163	0.172	0.182	0.192	0.202	
		0.02	0.028	0.037	0.046	0.054	0.063	0.072	0.089	0.097	0.106	0.115	0.127	0.137	0.147	0.157	0.167	0.176	0.186	0.196	0.206	
		0.03	0.038	0.046	0.055	0.063	0.072	0.089	0.097	0.105	0.114	0.123	0.132	0.143	0.152	0.162	0.171	0.181	0.19	0.2	0.21	
		0.04	0.048	0.056	0.064	0.072	0.08	0.089	0.097	0.105	0.114	0.123	0.132	0.149	0.158	0.167	0.176	0.186	0.195	0.205	0.214	
		0.05	0.058	0.066	0.073	0.081	0.089	0.097	0.106	0.114	0.122	0.131	0.139	0.148	0.156	0.165	0.174	0.183	0.192	0.201	0.21	
		0.06	0.068	0.075	0.083	0.091	0.099	0.106	0.114	0.123	0.131	0.139	0.147	0.156	0.164	0.173	0.181	0.19	0.199	0.208	0.217	
		0.07	0.077	0.085	0.092	0.1	0.108	0.116	0.123	0.131	0.139	0.147	0.156	0.164	0.172	0.181	0.189	0.197	0.206	0.215	0.223	
		0.08	0.087	0.095	0.102	0.11	0.117	0.125	0.133	0.14	0.148	0.156	0.164	0.172	0.181	0.189	0.197	0.205	0.214	0.222	0.231	
		0.09	0.097	0.105	0.112	0.119	0.127	0.134	0.142	0.149	0.157	0.165	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	0.23	0.239	
		0.1	0.107	0.115	0.122	0.129	0.136	0.144	0.151	0.159	0.166	0.174	0.182	0.19	0.197	0.206	0.214	0.221	0.229	0.237	0.246	
		0.11	0.117	0.124	0.131	0.139	0.146	0.153	0.16	0.168	0.175	0.183	0.191	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.237	0.246	0.254	
		0.12	0.127	0.134	0.141	0.148	0.155	0.163	0.17	0.177	0.185	0.192	0.2	0.207	0.215	0.223	0.231	0.239	0.247	0.254	0.262	0.27
		0.13	0.137	0.144	0.151	0.158	0.165	0.172	0.179	0.187	0.194	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.247	0.254	0.262	0.27	0.278
		0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.175	0.182	0.189	0.196	0.203	0.21	0.218	0.225	0.233	0.24	0.248	0.255	0.263	0.27	0.278	0.286
		0.15	0.157	0.164	0.171	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.213	0.22	0.227	0.235	0.242	0.249	0.257	0.264	0.272	0.279	0.287	0.295
		0.16	0.167	0.174	0.18	0.187	0.194	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.236	0.244	0.251	0.258	0.266	0.273	0.28	0.288	0.296	0.303
		0.17	0.177	0.184	0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.268	0.275	0.282	0.289	0.297	0.304	0.312
		0.18	0.187	0.193	0.2	0.207	0.214	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.277	0.284	0.291	0.298	0.305	0.313	0.32
		0.19	0.197	0.203	0.21	0.223	0.23	0.237	0.244	0.25	0.257	0.264	0.271	0.278	0.285	0.292	0.299	0.306	0.313	0.321	0.328	
		0.2	0.207	0.213	0.22	0.226	0.233	0.246	0.253	0.259	0.265	0.273	0.28	0.287	0.294	0.301	0.307	0.314	0.321	0.329	0.336	

Table B.6 Attained Significance Levels: Shape = 2.0, $n = 15$

		Significance Levels (Q -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
		0.016	0.025	0.035	0.045	0.055	0.065	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.204
		0.02	0.025	0.032	0.041	0.05	0.06	0.07	0.079	0.089	0.099	0.109	0.119	0.129	0.139	0.149	0.159	0.168	0.178	0.188	0.208
		0.03	0.035	0.041	0.048	0.056	0.065	0.074	0.084	0.094	0.104	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.162	0.172	0.182	0.192	0.202
		0.04	0.045	0.05	0.06	0.064	0.071	0.08	0.09	0.098	0.108	0.117	0.127	0.137	0.147	0.156	0.166	0.176	0.186	0.196	0.205
		0.05	0.055	0.06	0.066	0.072	0.079	0.087	0.095	0.104	0.113	0.122	0.131	0.141	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.199	0.209
		0.06	0.065	0.069	0.075	0.081	0.087	0.094	0.101	0.109	0.118	0.126	0.135	0.145	0.154	0.164	0.173	0.183	0.193	0.202	0.212
		0.07	0.074	0.079	0.084	0.089	0.095	0.102	0.109	0.116	0.124	0.132	0.141	0.149	0.159	0.168	0.177	0.187	0.196	0.206	0.215
		0.08	0.084	0.089	0.093	0.104	0.11	0.116	0.123	0.131	0.138	0.146	0.155	0.163	0.172	0.181	0.19	0.2	0.209	0.219	0.228
		0.09	0.094	0.098	0.103	0.108	0.113	0.118	0.124	0.131	0.138	0.145	0.152	0.16	0.168	0.177	0.185	0.194	0.203	0.213	0.222
		0.1	0.104	0.112	0.117	0.122	0.127	0.133	0.139	0.145	0.152	0.159	0.166	0.174	0.182	0.19	0.199	0.208	0.216	0.226	0.235
		0.11	0.114	0.118	0.122	0.126	0.131	0.136	0.141	0.147	0.153	0.159	0.166	0.173	0.18	0.188	0.196	0.204	0.212	0.221	0.238
		0.12	0.123	0.127	0.131	0.135	0.14	0.145	0.15	0.159	0.164	0.169	0.175	0.181	0.187	0.194	0.2	0.208	0.215	0.223	0.239
		0.13	0.133	0.137	0.141	0.145	0.149	0.154	0.158	0.163	0.167	0.172	0.178	0.183	0.189	0.194	0.201	0.207	0.214	0.221	0.236
		0.14	0.143	0.147	0.15	0.154	0.158	0.163	0.168	0.172	0.176	0.181	0.186	0.191	0.196	0.202	0.208	0.215	0.222	0.236	0.244
		0.15	0.153	0.156	0.16	0.164	0.168	0.172	0.176	0.181	0.186	0.191	0.196	0.202	0.208	0.214	0.221	0.227	0.235	0.242	0.251
		0.16	0.163	0.166	0.169	0.173	0.177	0.181	0.185	0.19	0.199	0.203	0.208	0.213	0.218	0.222	0.228	0.234	0.241	0.248	0.255
		0.17	0.172	0.176	0.179	0.182	0.186	0.19	0.194	0.199	0.203	0.208	0.213	0.218	0.223	0.229	0.235	0.241	0.248	0.255	0.263
		0.18	0.182	0.185	0.188	0.192	0.195	0.199	0.203	0.207	0.212	0.217	0.221	0.226	0.231	0.237	0.243	0.248	0.255	0.261	0.268
		0.19	0.192	0.195	0.198	0.201	0.205	0.208	0.212	0.216	0.221	0.225	0.23	0.234	0.24	0.244	0.25	0.256	0.262	0.268	0.274
		0.2	0.202	0.205	0.208	0.211	0.214	0.217	0.221	0.225	0.229	0.233	0.238	0.243	0.247	0.252	0.255	0.26	0.268	0.274	0.281

Table B.7 Attained Significance Levels: Shape = 2.5, $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																	
		Significance Levels (Skewness)									Significance Levels (Kurtosis)								
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18
0.01	0.019	0.028	0.037	0.046	0.056	0.065	0.074	0.084	0.094	0.103	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.162	0.172	0.182	0.192
0.02	0.028	0.037	0.046	0.055	0.064	0.072	0.081	0.09	0.099	0.109	0.118	0.128	0.137	0.147	0.157	0.166	0.176	0.186	0.196
0.03	0.038	0.047	0.055	0.064	0.072	0.081	0.089	0.098	0.107	0.116	0.125	0.134	0.143	0.152	0.162	0.171	0.181	0.19	0.2
0.04	0.048	0.056	0.065	0.073	0.081	0.089	0.098	0.106	0.115	0.124	0.132	0.141	0.15	0.159	0.168	0.177	0.186	0.196	0.205
0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.098	0.107	0.115	0.123	0.132	0.14	0.149	0.157	0.166	0.175	0.184	0.193	0.202	0.211
0.06	0.068	0.076	0.084	0.091	0.099	0.107	0.116	0.124	0.132	0.14	0.148	0.157	0.165	0.174	0.183	0.191	0.209	0.218	0.226
0.07	0.078	0.085	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.165	0.173	0.182	0.19	0.199	0.207	0.216	0.225
0.08	0.087	0.095	0.103	0.11	0.118	0.126	0.134	0.142	0.149	0.158	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.207	0.215	0.224	0.232
0.09	0.097	0.105	0.112	0.12	0.128	0.135	0.143	0.151	0.158	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.206	0.215	0.223	0.231	0.24
0.1	0.107	0.115	0.122	0.12	0.13	0.137	0.145	0.152	0.16	0.168	0.175	0.183	0.191	0.199	0.207	0.215	0.223	0.231	0.24
0.11	0.117	0.125	0.132	0.139	0.147	0.154	0.162	0.169	0.177	0.185	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.231	0.24	0.248	0.256
0.12	0.127	0.134	0.142	0.149	0.156	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.201	0.209	0.217	0.224	0.232	0.24	0.248	0.256	0.264
0.13	0.137	0.144	0.152	0.159	0.166	0.173	0.18	0.188	0.195	0.203	0.21	0.218	0.225	0.233	0.241	0.248	0.256	0.264	0.272
0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.197	0.205	0.212	0.219	0.227	0.234	0.242	0.249	0.257	0.265	0.273	0.28
0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.192	0.199	0.207	0.214	0.221	0.229	0.236	0.243	0.251	0.258	0.266	0.273	0.281	0.289
0.16	0.167	0.174	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.216	0.223	0.231	0.238	0.245	0.253	0.26	0.267	0.275	0.282	0.29	0.297
0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.204	0.211	0.218	0.226	0.233	0.24	0.247	0.254	0.262	0.269	0.276	0.284	0.291	0.299	0.306
0.18	0.187	0.194	0.201	0.207	0.214	0.221	0.228	0.235	0.242	0.249	0.256	0.263	0.271	0.278	0.285	0.292	0.3	0.307	0.315
0.19	0.197	0.203	0.21	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.251	0.259	0.266	0.273	0.28	0.287	0.294	0.301	0.309	0.316	0.323
0.2	0.207	0.213	0.22	0.227	0.234	0.24	0.247	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.296	0.303	0.31	0.317	0.325	0.333

Table B.8 Attained Significance Levels: Shape = 2.5, $n = 15$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																		
		Significance Levels (Skewness)									Significance Levels (Kurtosis)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	
0.01	0.017	0.025	0.035	0.045	0.055	0.065	0.074	0.084	0.094	0.103	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.162	0.172	0.182	0.192	
0.02	0.026	0.033	0.041	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.109	0.119	0.129	0.139	0.149	0.159	0.169	0.179	0.189	0.199	0.205
0.03	0.035	0.042	0.049	0.057	0.065	0.075	0.085	0.094	0.104	0.114	0.124	0.134	0.143	0.153	0.163	0.173	0.183	0.193	0.202	
0.04	0.045	0.051	0.057	0.065	0.073	0.081	0.09	0.099	0.109	0.118	0.128	0.138	0.148	0.157	0.167	0.177	0.187	0.197	0.206	
0.05	0.055	0.06	0.068	0.073	0.08	0.098	0.097	0.105	0.114	0.123	0.133	0.142	0.152	0.161	0.171	0.181	0.191	0.2	0.21	
0.06	0.065	0.07	0.076	0.082	0.089	0.096	0.103	0.111	0.12	0.129	0.138	0.147	0.156	0.165	0.175	0.185	0.194	0.204	0.214	
0.07	0.075	0.08	0.085	0.091	0.097	0.104	0.111	0.118	0.126	0.134	0.143	0.152	0.161	0.17	0.179	0.188	0.198	0.208	0.217	
0.08	0.085	0.089	0.094	0.1	0.106	0.112	0.119	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.166	0.175	0.184	0.193	0.202	0.211	0.221	
0.09	0.095	0.109	0.114	0.12	0.127	0.133	0.139	0.141	0.148	0.155	0.163	0.171	0.18	0.189	0.197	0.206	0.215	0.225	0.234	
0.1	0.104	0.119	0.124	0.13	0.135	0.141	0.148	0.155	0.162	0.17	0.177	0.186	0.194	0.202	0.211	0.22	0.229	0.239	0.242	
0.11	0.114	0.119	0.123	0.128	0.133	0.138	0.144	0.15	0.16	0.163	0.17	0.177	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.233	
0.12	0.124	0.128	0.133	0.137	0.142	0.153	0.158	0.164	0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.247	
0.13	0.134	0.138	0.142	0.147	0.152	0.156	0.161	0.166	0.17	0.175	0.181	0.187	0.193	0.199	0.205	0.212	0.219	0.226	0.234	
0.14	0.144	0.148	0.152	0.156	0.161	0.166	0.17	0.174	0.18	0.184	0.189	0.195	0.201	0.207	0.213	0.22	0.226	0.235	0.243	
0.15	0.154	0.157	0.161	0.166	0.17	0.175	0.179	0.183	0.188	0.193	0.198	0.203	0.209	0.215	0.221	0.227	0.233	0.241	0.25	
0.16	0.163	0.167	0.171	0.175	0.179	0.183	0.188	0.192	0.197	0.202	0.207	0.212	0.217	0.223	0.228	0.235	0.241	0.247	0.254	
0.17	0.173	0.177	0.181	0.184	0.188	0.192	0.197	0.202	0.207	0.212	0.217	0.222	0.227	0.232	0.237	0.242	0.247	0.254	0.261	
0.18	0.183	0.187	0.19	0.194	0.198	0.202	0.206	0.211	0.216	0.22	0.226	0.231	0.236	0.242	0.248	0.253	0.261	0.268	0.275	
0.19	0.193	0.196	0.2	0.203	0.21	0.215	0.22	0.224	0.229	0.234	0.239	0.243	0.248	0.253	0.258	0.264	0.27	0.281	0.288	
0.2	0.203	0.206	0.209	0.213	0.22	0.227	0.234	0.24	0.247	0.254	0.26	0.268	0.273	0.278	0.283	0.29	0.305	0.312	0.32	

Table B.9 Attained Significance Levels: Shape = 3.0, $n = 5$

		Significance Levels (Q -statistic)																	
		Significance Levels (Q -statistic)																	
		Significance Levels (Q -statistic)																	
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18
0.01	0.019	0.028	0.037	0.046	0.056	0.065	0.074	0.084	0.093	0.103	0.113	0.123	0.133	0.143	0.152	0.162	0.172	0.182	0.192
0.02	0.029	0.037	0.046	0.054	0.063	0.072	0.081	0.09	0.098	0.109	0.118	0.128	0.137	0.147	0.156	0.166	0.176	0.186	0.196
0.03	0.038	0.047	0.055	0.063	0.072	0.081	0.09	0.098	0.107	0.116	0.125	0.134	0.143	0.152	0.162	0.171	0.18	0.19	0.2
0.04	0.048	0.056	0.064	0.073	0.081	0.089	0.098	0.106	0.115	0.124	0.133	0.141	0.15	0.168	0.177	0.187	0.196	0.205	0.214
0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.098	0.107	0.115	0.123	0.132	0.141	0.149	0.158	0.167	0.175	0.184	0.193	0.202	0.211
0.06	0.068	0.075	0.084	0.091	0.099	0.108	0.116	0.124	0.132	0.141	0.149	0.157	0.166	0.174	0.183	0.191	0.209	0.218	0.227
0.07	0.078	0.085	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.166	0.174	0.182	0.19	0.199	0.208	0.216	0.225
0.08	0.087	0.095	0.103	0.111	0.118	0.126	0.134	0.142	0.15	0.158	0.166	0.174	0.182	0.191	0.199	0.207	0.215	0.224	0.232
0.09	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.143	0.151	0.159	0.167	0.175	0.183	0.191	0.199	0.207	0.215	0.224	0.232	0.24
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.137	0.145	0.153	0.161	0.168	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.24	0.248
0.11	0.117	0.124	0.132	0.139	0.147	0.154	0.162	0.17	0.177	0.185	0.193	0.201	0.208	0.216	0.224	0.232	0.24	0.248	0.256
0.12	0.127	0.134	0.142	0.149	0.157	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.202	0.209	0.217	0.225	0.233	0.241	0.249	0.256	0.264
0.13	0.137	0.144	0.151	0.159	0.166	0.173	0.181	0.188	0.196	0.203	0.211	0.218	0.226	0.234	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273
0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.198	0.205	0.213	0.22	0.227	0.235	0.243	0.25	0.258	0.266	0.273	0.281
0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.193	0.2	0.207	0.214	0.222	0.229	0.237	0.244	0.252	0.259	0.267	0.274	0.282	0.29
0.16	0.167	0.174	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.217	0.224	0.231	0.239	0.246	0.253	0.261	0.268	0.276	0.283	0.291	0.298
0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.248	0.255	0.262	0.27	0.277	0.284	0.292	0.299	0.307
0.18	0.187	0.194	0.201	0.207	0.214	0.221	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.279	0.286	0.293	0.301	0.308	0.315
0.19	0.197	0.203	0.21	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.259	0.267	0.273	0.281	0.288	0.295	0.302	0.31	0.317	0.324
0.2	0.207	0.213	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.297	0.304	0.311	0.319	0.326	0.333

Table B.10 Attained Significance Levels: Shape = 3.0, $n = 15$

		Significance Levels (Q -statistic)																	
		Significance Levels (Q -statistic)																	
		Significance Levels (Q -statistic)																	
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18
0.01	0.017	0.025	0.035	0.045	0.055	0.065	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.185	0.195
0.02	0.026	0.033	0.042	0.051	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.149	0.159	0.169	0.179	0.189	0.199
0.03	0.036	0.042	0.05	0.058	0.067	0.076	0.085	0.095	0.105	0.115	0.124	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.183	0.193	0.203
0.04	0.045	0.051	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.107	0.115	0.121	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.178	0.187	0.197	0.207
0.05	0.055	0.061	0.067	0.074	0.082	0.09	0.098	0.107	0.115	0.125	0.134	0.143	0.153	0.162	0.172	0.182	0.191	0.201	0.211
0.06	0.065	0.071	0.077	0.083	0.09	0.098	0.105	0.113	0.122	0.13	0.139	0.148	0.158	0.167	0.176	0.186	0.196	0.205	0.215
0.07	0.075	0.082	0.088	0.095	0.102	0.109	0.116	0.123	0.13	0.14	0.15	0.16	0.173	0.181	0.189	0.196	0.205	0.215	0.225
0.08	0.085	0.09	0.098	0.105	0.114	0.121	0.129	0.136	0.144	0.152	0.16	0.169	0.178	0.186	0.196	0.205	0.214	0.223	0.233
0.09	0.095	0.1	0.105	0.111	0.117	0.123	0.13	0.137	0.144	0.151	0.159	0.167	0.175	0.184	0.192	0.201	0.21	0.219	0.228
0.1	0.105	0.11	0.115	0.12	0.126	0.132	0.138	0.145	0.152	0.159	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.206	0.215	0.224	0.233
0.11	0.115	0.119	0.124	0.129	0.135	0.141	0.147	0.153	0.16	0.167	0.174	0.181	0.189	0.197	0.204	0.213	0.221	0.229	0.238
0.12	0.124	0.129	0.134	0.139	0.144	0.15	0.155	0.162	0.168	0.175	0.182	0.189	0.196	0.203	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243
0.13	0.134	0.139	0.143	0.148	0.153	0.159	0.164	0.17	0.177	0.183	0.19	0.198	0.204	0.211	0.218	0.226	0.233	0.241	0.25
0.14	0.144	0.148	0.153	0.158	0.163	0.168	0.173	0.179	0.185	0.191	0.198	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.24	0.247	0.255
0.15	0.154	0.163	0.167	0.172	0.177	0.182	0.188	0.194	0.2	0.206	0.213	0.219	0.226	0.232	0.24	0.247	0.254	0.262	0.269
0.16	0.164	0.168	0.172	0.177	0.181	0.186	0.191	0.197	0.203	0.208	0.215	0.221	0.227	0.233	0.24	0.247	0.254	0.261	0.268
0.17	0.174	0.178	0.182	0.186	0.191	0.195	0.201	0.206	0.211	0.217	0.223	0.229	0.235	0.241	0.247	0.254	0.261	0.268	0.275
0.18	0.184	0.187	0.191	0.196	0.2	0.205	0.209	0.215	0.22	0.225	0.231	0.237	0.243	0.249	0.255	0.262	0.268	0.275	0.282
0.19	0.193	0.197	0.201	0.205	0.209	0.214	0.218	0.224	0.229	0.234	0.24	0.246	0.251	0.257	0.263	0.27	0.276	0.282	0.289
0.2	0.203	0.207	0.211	0.215	0.22	0.227	0.234	0.238	0.243	0.248	0.254	0.26	0.265	0.271	0.277	0.283	0.29	0.296	0.302

Table B.11 Attained Significance Levels: Shape = 3.5, $n = 5$

		Significance Levels (Q -statistic)																			
		Significance Levels (S -statistic)																			
		Significance Levels (S_k -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.019	0.028	0.037	0.046	0.055	0.065	0.074	0.084	0.093	0.103	0.113	0.123	0.133	0.142	0.152	0.162	0.172	0.182	0.192	0.201	
0.02	0.028	0.037	0.046	0.054	0.063	0.072	0.081	0.09	0.099	0.109	0.118	0.128	0.137	0.147	0.156	0.166	0.175	0.185	0.195	0.205	
0.03	0.038	0.047	0.055	0.064	0.072	0.081	0.09	0.098	0.107	0.116	0.125	0.134	0.143	0.153	0.162	0.171	0.18	0.199	0.209	0.214	
0.04	0.048	0.056	0.065	0.073	0.081	0.09	0.098	0.107	0.115	0.124	0.133	0.142	0.151	0.16	0.169	0.178	0.187	0.196	0.205	0.214	
0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.099	0.107	0.115	0.124	0.133	0.141	0.15	0.159	0.167	0.176	0.185	0.194	0.202	0.211	0.220	
0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.1	0.098	0.106	0.116	0.124	0.132	0.141	0.149	0.158	0.166	0.175	0.183	0.192	0.201	0.209	0.218	
0.07	0.078	0.086	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.15	0.158	0.166	0.175	0.183	0.191	0.2	0.208	0.217	0.225	0.237	
0.08	0.087	0.095	0.103	0.111	0.118	0.126	0.134	0.142	0.15	0.158	0.167	0.175	0.183	0.191	0.2	0.208	0.216	0.224	0.233	0.241	
0.09	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.144	0.151	0.159	0.167	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.241	0.249	
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.137	0.145	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.241	0.248	0.257	
0.11	0.117	0.125	0.132	0.139	0.147	0.155	0.162	0.17	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	
0.12	0.127	0.134	0.142	0.149	0.156	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.202	0.21	0.218	0.226	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	
0.13	0.137	0.144	0.152	0.159	0.166	0.174	0.181	0.188	0.196	0.204	0.211	0.219	0.227	0.234	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	0.281	
0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.198	0.205	0.213	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251	0.258	0.266	0.274	0.281	0.289	
0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.193	0.2	0.207	0.215	0.222	0.23	0.237	0.245	0.252	0.26	0.267	0.275	0.282	0.29	0.298	
0.16	0.167	0.174	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.217	0.224	0.231	0.239	0.246	0.254	0.261	0.269	0.276	0.284	0.291	0.299	0.306	
0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.248	0.256	0.263	0.271	0.278	0.285	0.293	0.3	0.307	0.315	
0.18	0.187	0.194	0.201	0.207	0.215	0.222	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.265	0.272	0.28	0.287	0.294	0.301	0.309	0.316	0.323	
0.19	0.197	0.204	0.21	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.26	0.267	0.274	0.282	0.289	0.296	0.303	0.31	0.318	0.325	0.332	
0.2	0.207	0.213	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.291	0.298	0.305	0.312	0.319	0.326	0.334	0.341	

Table B.12 Attained Significance Levels: Shape = 3.5, $n = 15$

		Significance Levels (Q -statistic)																			
		Significance Levels (S -statistic)																			
		Significance Levels (S_k -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.017	0.026	0.035	0.045	0.055	0.065	0.074	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.185	0.195	0.205	
0.02	0.026	0.034	0.042	0.051	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.159	0.169	0.179	0.189	0.199	0.209	
0.03	0.036	0.043	0.05	0.058	0.067	0.076	0.085	0.095	0.105	0.115	0.124	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.184	0.193	0.203	0.213	
0.04	0.046	0.055	0.063	0.072	0.074	0.083	0.092	0.099	0.107	0.116	0.125	0.134	0.144	0.153	0.163	0.173	0.182	0.192	0.202	0.21	
0.05	0.055	0.061	0.068	0.075	0.082	0.09	0.098	0.106	0.115	0.123	0.131	0.14	0.149	0.159	0.168	0.177	0.187	0.196	0.206	0.215	
0.06	0.065	0.071	0.077	0.084	0.091	0.099	0.106	0.115	0.122	0.13	0.138	0.147	0.155	0.164	0.172	0.182	0.192	0.201	0.21	0.22	
0.07	0.075	0.081	0.088	0.093	0.1	0.102	0.109	0.115	0.123	0.13	0.137	0.145	0.153	0.162	0.171	0.179	0.187	0.197	0.206	0.215	0.224
0.08	0.085	0.09	0.096	0.102	0.108	0.115	0.121	0.128	0.135	0.143	0.151	0.161	0.169	0.177	0.185	0.194	0.203	0.211	0.22	0.23	
0.09	0.095	0.1	0.106	0.112	0.118	0.124	0.13	0.138	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.194	0.203	0.211	0.22	0.229	0.238	
0.1	0.105	0.115	0.125	0.13	0.136	0.142	0.149	0.155	0.162	0.169	0.176	0.183	0.191	0.199	0.207	0.215	0.223	0.231	0.24	0.249	
0.12	0.125	0.134	0.14	0.145	0.151	0.157	0.164	0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.254	0.262	
0.13	0.134	0.139	0.144	0.149	0.155	0.16	0.166	0.172	0.179	0.185	0.192	0.199	0.206	0.213	0.221	0.229	0.236	0.244	0.252	0.261	
0.14	0.144	0.149	0.156	0.164	0.169	0.175	0.181	0.187	0.193	0.2	0.206	0.213	0.221	0.228	0.236	0.243	0.25	0.257	0.265	0.272	
0.15	0.154	0.168	0.163	0.173	0.178	0.184	0.19	0.196	0.202	0.208	0.214	0.221	0.228	0.235	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.279	
0.16	0.164	0.168	0.173	0.177	0.183	0.188	0.193	0.198	0.204	0.21	0.216	0.223	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.279	
0.17	0.174	0.178	0.182	0.187	0.192	0.197	0.202	0.208	0.213	0.219	0.225	0.231	0.237	0.244	0.251	0.257	0.264	0.271	0.278	0.285	
0.18	0.184	0.188	0.192	0.197	0.201	0.206	0.212	0.217	0.222	0.227	0.233	0.239	0.245	0.252	0.258	0.265	0.271	0.278	0.285	0.292	
0.19	0.194	0.198	0.202	0.206	0.211	0.215	0.22	0.226	0.231	0.236	0.242	0.248	0.254	0.26	0.266	0.273	0.279	0.286	0.292	0.299	
0.2	0.204	0.207	0.211	0.216	0.22	0.225	0.23	0.235	0.24	0.245	0.25	0.26	0.262	0.268	0.274	0.281	0.287	0.293	0.3	0.306	

Table B.13 Attained Significance Levels: Shape = 4.0, $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (Skewness)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.019	0.028	0.037	0.046	0.055	0.065	0.074	0.083	0.093	0.103	0.113	0.122	0.132	0.142	0.152	0.162	0.172	0.181	0.191	0.204	
0.02	0.028	0.037	0.046	0.054	0.063	0.072	0.081	0.09	0.099	0.108	0.118	0.127	0.137	0.146	0.156	0.165	0.175	0.185	0.194	0.204	
0.03	0.038	0.047	0.055	0.063	0.072	0.081	0.089	0.098	0.107	0.116	0.125	0.134	0.143	0.152	0.162	0.171	0.18	0.189	0.199	0.208	
0.04	0.048	0.056	0.064	0.073	0.081	0.09	0.098	0.107	0.115	0.124	0.133	0.142	0.151	0.159	0.168	0.177	0.186	0.196	0.205	0.214	
0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.099	0.107	0.115	0.124	0.132	0.141	0.15	0.159	0.167	0.176	0.185	0.193	0.202	0.211	0.220	
0.06	0.068	0.076	0.084	0.091	0.1	0.108	0.116	0.124	0.132	0.141	0.15	0.158	0.167	0.175	0.184	0.192	0.201	0.209	0.218	0.227	
0.07	0.078	0.086	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.15	0.158	0.166	0.175	0.183	0.192	0.201	0.209	0.217	0.225	0.234	
0.08	0.087	0.095	0.103	0.111	0.118	0.126	0.134	0.142	0.15	0.159	0.167	0.175	0.183	0.191	0.208	0.216	0.225	0.233	0.241	0.248	
0.09	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.143	0.151	0.159	0.167	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.24	0.25	
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.137	0.145	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.24	0.25	0.265	
0.11	0.117	0.125	0.132	0.139	0.147	0.155	0.162	0.17	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	
0.12	0.127	0.134	0.142	0.149	0.156	0.164	0.171	0.179	0.187	0.194	0.202	0.21	0.218	0.226	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	
0.13	0.137	0.144	0.152	0.159	0.166	0.174	0.181	0.188	0.196	0.204	0.212	0.219	0.227	0.235	0.242	0.25	0.257	0.265	0.273	0.281	
0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.198	0.205	0.213	0.221	0.228	0.236	0.243	0.251	0.259	0.266	0.274	0.282	0.289	
0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.193	0.2	0.207	0.215	0.222	0.23	0.237	0.245	0.252	0.26	0.267	0.275	0.282	0.29	0.298	
0.16	0.167	0.174	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.217	0.224	0.231	0.239	0.247	0.254	0.261	0.269	0.276	0.284	0.291	0.299	0.306	
0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.248	0.256	0.263	0.27	0.278	0.285	0.292	0.3	0.307	0.316	
0.18	0.187	0.194	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.236	0.243	0.25	0.258	0.265	0.272	0.279	0.287	0.294	0.301	0.309	0.316	0.323	
0.19	0.197	0.204	0.21	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.253	0.26	0.267	0.274	0.281	0.289	0.296	0.303	0.31	0.318	0.325	0.332	
0.2	0.207	0.214	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.284	0.291	0.298	0.305	0.312	0.319	0.327	0.334	0.341	

Table B.14 Attained Significance Levels: Shape = 4.0, $n = 15$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (Skewness)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.017	0.026	0.035	0.045	0.055	0.065	0.075	0.085	0.095	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.185	0.195	0.205	
0.02	0.026	0.033	0.042	0.051	0.061	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.179	0.189	0.199	0.209	0.219	
0.03	0.036	0.042	0.05	0.059	0.067	0.076	0.086	0.095	0.105	0.115	0.125	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.203	0.213	
0.04	0.046	0.052	0.06	0.069	0.075	0.084	0.092	0.101	0.111	0.12	0.13	0.139	0.149	0.159	0.168	0.178	0.188	0.198	0.208	0.218	
0.05	0.055	0.062	0.068	0.076	0.083	0.091	0.1	0.108	0.117	0.126	0.135	0.145	0.154	0.164	0.173	0.183	0.193	0.202	0.212	0.222	
0.06	0.065	0.071	0.078	0.085	0.092	0.1	0.108	0.116	0.124	0.133	0.141	0.15	0.16	0.169	0.178	0.188	0.197	0.207	0.216	0.226	
0.07	0.075	0.081	0.087	0.094	0.101	0.108	0.116	0.123	0.131	0.14	0.148	0.156	0.165	0.174	0.184	0.193	0.203	0.212	0.221	0.231	
0.08	0.085	0.091	0.097	0.103	0.11	0.117	0.124	0.131	0.139	0.147	0.155	0.164	0.172	0.181	0.19	0.208	0.217	0.226	0.235	0.245	
0.09	0.095	0.101	0.106	0.112	0.119	0.125	0.133	0.141	0.147	0.155	0.163	0.171	0.179	0.187	0.196	0.204	0.213	0.222	0.231	0.240	
0.1	0.105	0.111	0.116	0.122	0.128	0.134	0.141	0.148	0.155	0.163	0.17	0.178	0.186	0.194	0.202	0.211	0.219	0.228	0.237	0.245	
0.11	0.115	0.121	0.125	0.131	0.137	0.143	0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.186	0.194	0.201	0.209	0.218	0.226	0.234	0.243	0.251	
0.12	0.125	0.13	0.135	0.141	0.146	0.152	0.159	0.165	0.172	0.179	0.186	0.193	0.201	0.209	0.216	0.224	0.232	0.24	0.249	0.257	
0.13	0.135	0.14	0.145	0.15	0.156	0.162	0.168	0.174	0.181	0.187	0.194	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.247	0.255	0.263	
0.14	0.145	0.149	0.154	0.16	0.165	0.175	0.18	0.186	0.192	0.198	0.204	0.211	0.217	0.224	0.231	0.239	0.246	0.254	0.262	0.270	
0.15	0.155	0.159	0.164	0.169	0.174	0.179	0.184	0.189	0.195	0.201	0.207	0.213	0.219	0.226	0.232	0.239	0.246	0.253	0.261	0.268	
0.16	0.164	0.169	0.174	0.179	0.184	0.188	0.193	0.198	0.203	0.209	0.215	0.221	0.228	0.234	0.241	0.247	0.254	0.261	0.268	0.276	
0.17	0.174	0.179	0.183	0.188	0.193	0.198	0.203	0.208	0.213	0.219	0.224	0.23	0.236	0.242	0.249	0.255	0.262	0.269	0.275	0.283	
0.18	0.184	0.189	0.193	0.198	0.203	0.208	0.213	0.218	0.223	0.228	0.233	0.239	0.245	0.251	0.257	0.263	0.27	0.277	0.283	0.29	
0.19	0.194	0.199	0.203	0.208	0.213	0.217	0.222	0.226	0.231	0.237	0.242	0.248	0.253	0.259	0.265	0.272	0.278	0.285	0.291	0.297	
0.2	0.204	0.208	0.213	0.217	0.221	0.226	0.231	0.237	0.242	0.248	0.253	0.259	0.265	0.272	0.278	0.285	0.291	0.294	0.304	0.311	

Appendix C. Sequential Test Power

Table C.1 Sequential Test Power

		Sequential Test Power										Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)									
		Significance Levels (Q -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.065	0.07	0.077	0.084	0.091	0.098	0.105	0.112	0.12	0.127	0.135	0.143	0.151	0.159	0.168	0.177	0.186	0.193	0.201	0.209	
0.02	0.111	0.116	0.123	0.129	0.136	0.144	0.15	0.157	0.165	0.172	0.18	0.188	0.195	0.203	0.212	0.221	0.23	0.238	0.245	0.253	
0.03	0.152	0.157	0.164	0.17	0.177	0.185	0.191	0.199	0.206	0.213	0.221	0.229	0.236	0.244	0.253	0.262	0.271	0.278	0.285	0.293	
0.04	0.186	0.191	0.198	0.204	0.211	0.219	0.226	0.232	0.239	0.246	0.254	0.262	0.27	0.278	0.286	0.294	0.304	0.312	0.319	0.327	
0.05	0.221	0.226	0.232	0.239	0.246	0.253	0.259	0.267	0.274	0.281	0.289	0.296	0.304	0.312	0.32	0.329	0.337	0.345	0.352	0.359	
0.06	0.245	0.249	0.256	0.262	0.269	0.276	0.282	0.289	0.296	0.302	0.31	0.317	0.324	0.332	0.34	0.349	0.356	0.363	0.37	0.377	
0.07	0.266	0.27	0.276	0.282	0.288	0.295	0.3	0.314	0.32	0.327	0.334	0.34	0.348	0.356	0.364	0.371	0.378	0.384	0.391		
0.08	0.286	0.29	0.296	0.301	0.307	0.314	0.319	0.325	0.332	0.338	0.344	0.351	0.357	0.364	0.371	0.379	0.386	0.393	0.399	0.406	
0.09	0.306	0.31	0.316	0.32	0.326	0.332	0.337	0.344	0.349	0.355	0.361	0.368	0.374	0.38	0.387	0.395	0.401	0.408	0.414	0.42	
0.1	0.323	0.327	0.332	0.338	0.343	0.349	0.354	0.36	0.365	0.371	0.377	0.383	0.389	0.395	0.402	0.409	0.415	0.421	0.427	0.433	
0.11	0.341	0.344	0.35	0.355	0.359	0.365	0.37	0.376	0.381	0.387	0.392	0.398	0.404	0.41	0.423	0.43	0.435	0.441	0.447	0.451	
0.12	0.358	0.362	0.366	0.371	0.376	0.382	0.386	0.392	0.397	0.402	0.408	0.413	0.419	0.425	0.431	0.436	0.443	0.449	0.454	0.46	
0.13	0.374	0.378	0.382	0.387	0.392	0.397	0.401	0.407	0.412	0.417	0.422	0.428	0.433	0.439	0.444	0.451	0.456	0.462	0.467	0.473	
0.14	0.389	0.392	0.397	0.401	0.406	0.411	0.415	0.42	0.425	0.43	0.435	0.44	0.446	0.451	0.457	0.463	0.468	0.474	0.479	0.484	
0.15	0.404	0.407	0.412	0.416	0.421	0.425	0.429	0.435	0.439	0.444	0.449	0.454	0.459	0.465	0.47	0.476	0.481	0.486	0.491	0.496	
0.16	0.419	0.422	0.427	0.431	0.435	0.44	0.444	0.449	0.453	0.458	0.463	0.468	0.473	0.478	0.483	0.489	0.494	0.499	0.504	0.509	
0.17	0.434	0.437	0.441	0.445	0.449	0.454	0.458	0.463	0.467	0.471	0.476	0.481	0.486	0.491	0.496	0.506	0.511	0.515	0.521	0.527	
0.18	0.447	0.45	0.454	0.458	0.462	0.466	0.47	0.475	0.479	0.483	0.488	0.493	0.497	0.502	0.507	0.513	0.517	0.522	0.526	0.532	
0.19	0.461	0.464	0.467	0.471	0.475	0.479	0.483	0.488	0.492	0.496	0.5	0.504	0.508	0.513	0.517	0.52	0.524	0.529	0.533	0.537	0.542
0.2	0.474	0.477	0.48	0.484	0.488	0.492	0.496	0.5	0.504	0.508	0.513	0.517	0.522	0.526	0.53	0.536	0.54	0.545	0.548	0.553	

Table C.2 Sequential Test Power

		Sequential Test Power										Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (2,2)									
		Significance Levels (Q -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.061	0.065	0.069	0.073	0.078	0.082	0.088	0.094	0.098	0.105	0.112	0.118	0.125	0.132	0.139	0.146	0.154	0.161	0.168	0.175	
0.02	0.11	0.114	0.121	0.126	0.131	0.136	0.142	0.147	0.153	0.159	0.166	0.173	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.215	0.22	0.228	
0.03	0.153	0.156	0.161	0.164	0.169	0.173	0.179	0.184	0.189	0.196	0.202	0.208	0.215	0.221	0.228	0.235	0.243	0.25	0.257	0.264	
0.04	0.191	0.195	0.199	0.203	0.207	0.211	0.217	0.222	0.227	0.234	0.24	0.246	0.253	0.259	0.266	0.273	0.28	0.287	0.294	0.301	
0.05	0.224	0.228	0.231	0.235	0.24	0.244	0.249	0.255	0.26	0.266	0.272	0.279	0.285	0.291	0.298	0.305	0.312	0.319	0.326	0.333	
0.06	0.248	0.251	0.255	0.263	0.267	0.272	0.277	0.282	0.288	0.294	0.3	0.306	0.312	0.319	0.326	0.333	0.34	0.346	0.352	0.366	
0.07	0.266	0.269	0.273	0.276	0.28	0.284	0.289	0.294	0.298	0.304	0.31	0.316	0.321	0.327	0.334	0.34	0.35	0.357	0.364	0.375	
0.08	0.286	0.289	0.292	0.296	0.299	0.303	0.307	0.312	0.317	0.322	0.328	0.333	0.339	0.344	0.35	0.357	0.364	0.375	0.381	0.396	
0.09	0.305	0.307	0.31	0.314	0.317	0.321	0.325	0.33	0.334	0.34	0.345	0.35	0.361	0.367	0.373	0.377	0.385	0.39	0.405	0.41	
0.1	0.322	0.325	0.328	0.331	0.335	0.338	0.342	0.347	0.351	0.356	0.361	0.367	0.371	0.377	0.382	0.388	0.394	0.399	0.405	0.41	
0.11	0.341	0.344	0.347	0.35	0.353	0.356	0.36	0.365	0.369	0.374	0.378	0.383	0.388	0.393	0.399	0.404	0.41	0.415	0.42	0.426	
0.12	0.359	0.361	0.364	0.367	0.37	0.374	0.377	0.381	0.385	0.39	0.395	0.399	0.404	0.409	0.414	0.419	0.425	0.43	0.435	0.44	
0.13	0.374	0.377	0.379	0.382	0.385	0.388	0.392	0.396	0.4	0.404	0.413	0.418	0.422	0.427	0.433	0.439	0.443	0.448	0.453	0.46	
0.14	0.389	0.392	0.394	0.397	0.4	0.403	0.407	0.411	0.414	0.419	0.423	0.428	0.432	0.436	0.441	0.446	0.452	0.456	0.461	0.466	
0.15	0.405	0.407	0.41	0.412	0.415	0.418	0.422	0.425	0.429	0.433	0.437	0.442	0.446	0.45	0.455	0.46	0.469	0.474	0.479	0.484	
0.16	0.421	0.423	0.426	0.428	0.431	0.434	0.437	0.44	0.444	0.449	0.452	0.455	0.457	0.461	0.465	0.469	0.474	0.479	0.484	0.492	
0.17	0.436	0.438	0.441	0.443	0.446	0.448	0.45	0.455	0.459	0.463	0.467	0.471	0.475	0.479	0.483	0.488	0.493	0.497	0.501	0.505	
0.18	0.452	0.454	0.456	0.459	0.461	0.464	0.467	0.47	0.474	0.478	0.481	0.485	0.489	0.493	0.497	0.502	0.506	0.51	0.514	0.52	
0.19	0.467	0.469	0.471	0.473	0.475	0.477	0.479	0.482	0.485	0.488	0.492	0.495	0.499	0.503	0.507	0.511	0.515	0.52	0.526	0.532	
0.2	0.481	0.483	0.485	0.487	0.489	0.491	0.493	0.495	0.499	0.501	0.503	0.506	0.509	0.512	0.516	0.52	0.524	0.528	0.532	0.536	

Table C.3 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (0.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)												Significance Levels (Skewness)											
		Significance Levels (Q-statistic)												Significance Levels (Skewness)											
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2				
0.01	0.017	0.025	0.034	0.044	0.054	0.064	0.074	0.085	0.094	0.104	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.175	0.185	0.195	0.205					
0.02	0.026	0.033	0.041	0.049	0.059	0.069	0.078	0.089	0.099	0.111	0.122	0.133	0.144	0.155	0.161	0.171	0.181	0.19	0.2	0.21					
0.03	0.036	0.042	0.056	0.065	0.074	0.084	0.094	0.104	0.114	0.124	0.134	0.144	0.154	0.165	0.174	0.185	0.195	0.205	0.214	0.22					
0.04	0.046	0.052	0.058	0.065	0.073	0.081	0.09	0.1	0.109	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.171	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22					
0.05	0.056	0.062	0.068	0.075	0.082	0.089	0.098	0.106	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.176	0.185	0.196	0.205	0.215	0.225					
0.06	0.065	0.071	0.077	0.083	0.09	0.098	0.105	0.113	0.121	0.13	0.139	0.149	0.159	0.169	0.179	0.189	0.199	0.209	0.219	0.228					
0.07	0.075	0.081	0.086	0.092	0.099	0.106	0.113	0.12	0.128	0.136	0.145	0.153	0.162	0.172	0.182	0.192	0.202	0.212	0.222	0.231					
0.08	0.085	0.091	0.096	0.102	0.108	0.115	0.122	0.129	0.136	0.143	0.151	0.159	0.167	0.176	0.186	0.195	0.205	0.215	0.225	0.234					
0.09	0.096	0.101	0.106	0.112	0.118	0.124	0.131	0.137	0.144	0.151	0.158	0.166	0.173	0.181	0.19	0.199	0.209	0.218	0.228	0.237					
0.1	0.106	0.111	0.117	0.122	0.128	0.134	0.14	0.147	0.153	0.159	0.167	0.173	0.18	0.188	0.196	0.204	0.213	0.222	0.232	0.241					
0.11	0.116	0.121	0.126	0.131	0.137	0.143	0.149	0.155	0.161	0.168	0.175	0.181	0.187	0.194	0.202	0.21	0.218	0.226	0.235	0.244					
0.12	0.126	0.131	0.136	0.141	0.146	0.152	0.158	0.164	0.17	0.176	0.183	0.188	0.195	0.201	0.208	0.216	0.223	0.231	0.239	0.247					
0.13	0.136	0.141	0.145	0.15	0.156	0.161	0.167	0.173	0.179	0.185	0.191	0.197	0.203	0.209	0.216	0.223	0.23	0.237	0.245	0.252					
0.14	0.145	0.15	0.155	0.16	0.165	0.17	0.176	0.182	0.187	0.193	0.2	0.205	0.211	0.217	0.224	0.23	0.237	0.243	0.251	0.258					
0.15	0.155	0.16	0.165	0.169	0.174	0.18	0.186	0.191	0.197	0.202	0.21	0.214	0.22	0.225	0.232	0.238	0.244	0.25	0.257	0.264					
0.16	0.166	0.17	0.174	0.179	0.184	0.189	0.195	0.2	0.206	0.211	0.217	0.222	0.228	0.233	0.238	0.246	0.252	0.258	0.264	0.271					
0.17	0.175	0.18	0.184	0.188	0.193	0.198	0.204	0.209	0.214	0.22	0.226	0.231	0.236	0.242	0.248	0.253	0.26	0.265	0.271	0.277					
0.18	0.186	0.19	0.194	0.199	0.203	0.208	0.214	0.219	0.224	0.229	0.235	0.24	0.245	0.251	0.256	0.262	0.268	0.273	0.279	0.285					
0.19	0.196	0.2	0.205	0.214	0.22	0.228	0.234	0.238	0.243	0.247	0.253	0.258	0.263	0.268	0.273	0.278	0.284	0.289	0.294	0.293					
0.2	0.206	0.21	0.214	0.218	0.223	0.228	0.233	0.238	0.243	0.247	0.253	0.258	0.263	0.268	0.273	0.278	0.284	0.289	0.294	0.3					

Table C.4 Sequential Test Power Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (2.5) n = 5

Table C.4 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (2.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)												Significance Levels (Skewness)											
		Significance Levels (Q-statistic)												Significance Levels (Skewness)											
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2				
0.01	0.024	0.028	0.033	0.038	0.043	0.048	0.054	0.06	0.066	0.072	0.079	0.084	0.09	0.098	0.104	0.112	0.119	0.126	0.133	0.14					
0.02	0.047	0.051	0.055	0.06	0.065	0.07	0.076	0.082	0.088	0.094	0.1	0.106	0.112	0.119	0.126	0.134	0.141	0.147	0.154	0.161					
0.03	0.068	0.072	0.078	0.081	0.086	0.092	0.097	0.103	0.11	0.119	0.126	0.133	0.14	0.147	0.155	0.162	0.168	0.175	0.182						
0.04	0.087	0.091	0.095	0.1	0.104	0.11	0.115	0.121	0.127	0.133	0.14	0.145	0.151	0.158	0.163	0.17	0.176	0.183	0.191	0.197					
0.05	0.106	0.109	0.114	0.118	0.123	0.128	0.133	0.139	0.145	0.151	0.158	0.163	0.17	0.175	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.215					
0.06	0.119	0.123	0.127	0.132	0.136	0.141	0.146	0.152	0.158	0.163	0.17	0.179	0.184	0.19	0.197	0.201	0.217	0.223	0.23	0.238					
0.07	0.131	0.134	0.138	0.143	0.147	0.152	0.157	0.162	0.168	0.173	0.178	0.183	0.189	0.194	0.202	0.206	0.213	0.227	0.232	0.239					
0.08	0.143	0.146	0.15	0.154	0.16	0.165	0.169	0.173	0.178	0.183	0.188	0.193	0.199	0.204	0.216	0.222	0.229	0.235	0.241	0.247					
0.09	0.154	0.157	0.161	0.165	0.17	0.175	0.184	0.188	0.193	0.198	0.203	0.209	0.216	0.221	0.225	0.231	0.238	0.244	0.25	0.256					
0.1	0.165	0.168	0.171	0.175	0.18	0.183	0.187	0.191	0.196	0.201	0.21	0.214	0.22	0.224	0.23	0.234	0.24	0.246	0.251	0.256					
0.12	0.189	0.191	0.195	0.199	0.203	0.207	0.211	0.216	0.22	0.225	0.23	0.234	0.243	0.25	0.26	0.266	0.272	0.277	0.282	0.288					
0.13	0.198	0.201	0.204	0.208	0.212	0.216	0.22	0.225	0.23	0.234	0.24	0.244	0.253	0.258	0.264	0.27	0.276	0.281	0.286	0.291					
0.14	0.21	0.213	0.216	0.22	0.223	0.227	0.231	0.236	0.24	0.244	0.25	0.259	0.263	0.268	0.274	0.279	0.285	0.29	0.295	0.3					
0.15	0.221	0.224	0.227	0.23	0.234	0.238	0.242	0.246	0.25	0.259	0.264	0.268	0.274	0.279	0.285	0.29	0.295	0.3	0.305	0.315					
0.16	0.232	0.235	0.238	0.242	0.245	0.25	0.261	0.265	0.27	0.274	0.278	0.283	0.289	0.294	0.299	0.305	0.31	0.314	0.319	0.325					
0.17	0.244	0.246	0.249	0.253	0.256	0.26	0.264	0.27	0.272	0.275	0.28	0.284	0.288	0.294	0.299	0.304	0.31	0.314	0.319	0.324					
0.18	0.255	0.258	0.261	0.264	0.268	0.271	0.275	0.279	0.283	0.286	0.291	0.295	0.299	0.304	0.309	0.315	0.32	0.325	0.334	0.339					
0.19	0.267	0.27	0.273	0.276	0.279	0.283	0.287	0.29	0.294	0.298	0.302	0.306	0.31	0.315	0.32	0.325	0.33	0.334	0.34	0.348					
0.2	0.278	0.28	0.283	0.286	0.29	0.293	0.297	0.301	0.304	0.308	0.312	0.316	0.32	0.325	0.33	0.334	0.343	0.349	0.353	0.355					

Table C.5 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (4.0) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.014	0.02	0.03	0.04	0.042	0.046	0.052	0.057	0.062	0.068
0.02	0.025	0.03	0.037	0.044	0.053	0.061	0.07	0.078	0.087	0.094
0.03	0.037	0.042	0.048	0.055	0.063	0.071	0.079	0.088	0.096	0.105
0.04	0.049	0.053	0.059	0.065	0.073	0.08	0.088	0.096	0.105	0.113
0.05	0.061	0.065	0.07	0.076	0.083	0.09	0.098	0.105	0.113	0.123
0.06	0.071	0.075	0.08	0.086	0.092	0.105	0.109	0.113	0.122	0.131
0.07	0.08	0.084	0.09	0.094	0.106	0.113	0.12	0.128	0.137	0.145
0.08	0.089	0.093	0.097	0.102	0.108	0.114	0.12	0.126	0.133	0.142
0.09	0.103	0.107	0.112	0.118	0.124	0.129	0.135	0.141	0.148	0.155
0.1	0.109	0.112	0.117	0.121	0.127	0.132	0.138	0.143	0.149	0.156
0.11	0.119	0.122	0.127	0.131	0.136	0.142	0.146	0.152	0.157	0.164
0.12	0.129	0.132	0.137	0.141	0.146	0.151	0.156	0.161	0.166	0.172
0.13	0.14	0.143	0.147	0.151	0.156	0.161	0.166	0.17	0.176	0.182
0.14	0.15	0.153	0.157	0.161	0.166	0.171	0.175	0.18	0.185	0.195
0.15	0.16	0.163	0.168	0.171	0.176	0.181	0.185	0.189	0.194	0.2
0.16	0.171	0.174	0.178	0.182	0.186	0.191	0.195	0.199	0.204	0.209
0.17	0.181	0.184	0.188	0.192	0.196	0.202	0.206	0.213	0.218	0.224
0.18	0.192	0.194	0.198	0.202	0.206	0.21	0.214	0.223	0.228	0.233
0.19	0.202	0.205	0.209	0.212	0.216	0.221	0.224	0.228	0.233	0.237
0.2	0.212	0.215	0.218	0.222	0.226	0.23	0.237	0.242	0.246	0.251

Table C.6 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Lognormal (0,1) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.014	0.02	0.03	0.04	0.044	0.053	0.061	0.07	0.078	0.087
0.02	0.025	0.03	0.037	0.044	0.053	0.061	0.07	0.078	0.087	0.096
0.03	0.037	0.042	0.048	0.055	0.063	0.071	0.079	0.088	0.096	0.105
0.04	0.049	0.053	0.059	0.065	0.073	0.08	0.088	0.096	0.105	0.113
0.05	0.061	0.065	0.07	0.076	0.083	0.09	0.098	0.105	0.113	0.123
0.06	0.071	0.075	0.08	0.086	0.092	0.105	0.109	0.113	0.122	0.131
0.07	0.08	0.084	0.089	0.094	0.101	0.116	0.12	0.128	0.137	0.145
0.08	0.089	0.093	0.097	0.102	0.108	0.114	0.12	0.126	0.133	0.142
0.09	0.103	0.107	0.112	0.118	0.124	0.129	0.135	0.141	0.148	0.155
0.1	0.109	0.112	0.117	0.121	0.127	0.132	0.138	0.143	0.149	0.156
0.11	0.119	0.122	0.127	0.131	0.136	0.142	0.146	0.152	0.157	0.164
0.12	0.129	0.132	0.137	0.141	0.146	0.151	0.156	0.161	0.166	0.172
0.13	0.14	0.143	0.147	0.151	0.156	0.161	0.166	0.17	0.176	0.182
0.14	0.15	0.153	0.157	0.161	0.166	0.171	0.175	0.18	0.185	0.193
0.15	0.16	0.163	0.168	0.171	0.176	0.181	0.185	0.189	0.194	0.2
0.16	0.171	0.174	0.178	0.182	0.186	0.191	0.195	0.199	0.204	0.209
0.17	0.181	0.184	0.188	0.192	0.196	0.202	0.206	0.213	0.218	0.224
0.18	0.192	0.194	0.198	0.202	0.206	0.21	0.214	0.223	0.228	0.233
0.19	0.202	0.205	0.209	0.212	0.216	0.221	0.224	0.233	0.237	0.243
0.2	0.212	0.215	0.218	0.222	0.226	0.23	0.237	0.242	0.246	0.251

Table C.7 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Lognormal (0,2) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (γ -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.06	0.072	0.09	0.108	0.126	0.144	0.16	0.175	0.189	0.203	0.217
0.02	0.085	0.092	0.101	0.111	0.128	0.146	0.162	0.177	0.191	0.219	0.241
0.03	0.106	0.113	0.119	0.126	0.136	0.144	0.164	0.179	0.193	0.207	0.231
0.04	0.125	0.13	0.138	0.142	0.149	0.158	0.168	0.182	0.195	0.21	0.223
0.05	0.143	0.148	0.154	0.159	0.166	0.173	0.181	0.189	0.199	0.212	0.226
0.06	0.161	0.166	0.171	0.176	0.188	0.194	0.202	0.209	0.218	0.229	0.241
0.07	0.175	0.18	0.185	0.189	0.195	0.2	0.206	0.213	0.219	0.227	0.235
0.08	0.189	0.194	0.198	0.203	0.208	0.213	0.219	0.225	0.231	0.237	0.244
0.09	0.202	0.207	0.211	0.215	0.22	0.225	0.23	0.236	0.241	0.247	0.252
0.1	0.214	0.219	0.223	0.227	0.231	0.236	0.241	0.247	0.252	0.257	0.263
0.11	0.227	0.231	0.235	0.239	0.243	0.248	0.253	0.259	0.263	0.269	0.275
0.12	0.239	0.243	0.247	0.251	0.255	0.26	0.265	0.27	0.274	0.279	0.284
0.13	0.251	0.255	0.259	0.263	0.267	0.271	0.276	0.281	0.285	0.29	0.295
0.14	0.262	0.266	0.27	0.273	0.277	0.282	0.287	0.291	0.295	0.3	0.304
0.15	0.274	0.278	0.282	0.285	0.289	0.293	0.298	0.302	0.306	0.311	0.319
0.16	0.286	0.29	0.294	0.297	0.301	0.305	0.309	0.312	0.317	0.322	0.326
0.17	0.296	0.3	0.303	0.307	0.31	0.314	0.319	0.323	0.327	0.331	0.335
0.18	0.307	0.311	0.315	0.318	0.322	0.325	0.33	0.334	0.337	0.341	0.346
0.19	0.318	0.321	0.325	0.328	0.332	0.335	0.34	0.344	0.347	0.351	0.355
0.2	0.328	0.331	0.335	0.338	0.341	0.345	0.349	0.353	0.357	0.361	0.365

Table C.8 Sequential Test Power

Ho: Gamma (0.5) Ha: Uniform (10,15) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (γ -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.069	0.074	0.081	0.087	0.093	0.1	0.107	0.114	0.122	0.129	0.138
0.02	0.113	0.119	0.125	0.131	0.137	0.144	0.151	0.159	0.166	0.173	0.182
0.03	0.153	0.159	0.165	0.171	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.213	0.223
0.04	0.186	0.191	0.197	0.203	0.209	0.216	0.223	0.23	0.24	0.25	0.265
0.05	0.219	0.225	0.231	0.237	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.278	0.287
0.06	0.244	0.249	0.255	0.26	0.266	0.273	0.279	0.286	0.293	0.3	0.308
0.07	0.266	0.271	0.276	0.281	0.286	0.292	0.298	0.305	0.311	0.318	0.325
0.08	0.287	0.291	0.296	0.301	0.306	0.312	0.318	0.324	0.33	0.336	0.343
0.09	0.307	0.311	0.316	0.321	0.325	0.331	0.336	0.342	0.348	0.354	0.361
0.1	0.326	0.33	0.335	0.339	0.344	0.349	0.354	0.36	0.365	0.371	0.377
0.11	0.344	0.348	0.353	0.357	0.362	0.367	0.372	0.377	0.383	0.388	0.394
0.12	0.361	0.365	0.369	0.374	0.378	0.383	0.388	0.393	0.398	0.403	0.409
0.13	0.377	0.381	0.385	0.389	0.393	0.398	0.403	0.413	0.42	0.429	0.434
0.14	0.392	0.395	0.399	0.403	0.407	0.412	0.417	0.421	0.426	0.431	0.437
0.15	0.408	0.412	0.416	0.424	0.43	0.437	0.442	0.446	0.452	0.457	0.462
0.16	0.423	0.427	0.431	0.435	0.443	0.447	0.451	0.456	0.461	0.467	0.474
0.17	0.438	0.442	0.446	0.449	0.453	0.457	0.461	0.466	0.47	0.475	0.487
0.18	0.455	0.458	0.461	0.468	0.472	0.477	0.481	0.485	0.489	0.494	0.498
0.19	0.468	0.471	0.475	0.478	0.481	0.485	0.489	0.497	0.502	0.506	0.51
0.2	0.482	0.485	0.488	0.491	0.495	0.498	0.502	0.506	0.514	0.518	0.523

Table C.9 Sequential Test Power Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,2) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
		Significance Levels (Q-statistic)																			
Significance Levels (Skewness)		0.01	0.037	0.04	0.044	0.049	0.054	0.058	0.063	0.068	0.073	0.078	0.084	0.091	0.098	0.104	0.112	0.118	0.125	0.131	0.138
	0.02	0.068	0.071	0.075	0.08	0.085	0.089	0.093	0.098	0.104	0.109	0.115	0.122	0.128	0.135	0.142	0.149	0.155	0.162	0.168	0.175
	0.03	0.097	0.1	0.109	0.114	0.118	0.122	0.127	0.133	0.138	0.144	0.153	0.169	0.176	0.183	0.189	0.196	0.203	0.209	0.216	0.196
	0.04	0.124	0.126	0.131	0.135	0.14	0.144	0.148	0.153	0.158	0.163	0.169	0.176	0.183	0.189	0.196	0.203	0.209	0.216	0.222	0.229
	0.05	0.149	0.152	0.156	0.161	0.165	0.17	0.174	0.179	0.184	0.189	0.195	0.202	0.208	0.214	0.221	0.228	0.234	0.24	0.246	0.253
	0.06	0.166	0.169	0.173	0.177	0.181	0.186	0.19	0.194	0.199	0.204	0.21	0.216	0.222	0.229	0.235	0.242	0.248	0.254	0.26	0.267
	0.07	0.181	0.183	0.187	0.191	0.195	0.2	0.203	0.208	0.212	0.217	0.223	0.229	0.235	0.241	0.247	0.254	0.26	0.266	0.271	0.278
	0.08	0.196	0.198	0.202	0.205	0.209	0.214	0.217	0.221	0.226	0.23	0.236	0.242	0.248	0.253	0.26	0.266	0.272	0.277	0.283	0.289
	0.09	0.211	0.213	0.216	0.222	0.228	0.232	0.236	0.24	0.244	0.248	0.255	0.261	0.266	0.273	0.279	0.284	0.29	0.295	0.302	
	0.1	0.225	0.227	0.233	0.234	0.242	0.245	0.253	0.257	0.262	0.266	0.27	0.275	0.28	0.286	0.291	0.296	0.302	0.307	0.312	0.317
	0.11	0.238	0.24	0.244	0.247	0.251	0.255	0.258	0.262	0.266	0.271	0.275	0.275	0.28	0.288	0.293	0.298	0.303	0.309	0.314	0.324
	0.12	0.252	0.254	0.258	0.261	0.264	0.268	0.271	0.275	0.279	0.283	0.288	0.293	0.298	0.303	0.309	0.315	0.32	0.325	0.329	0.335
	0.13	0.265	0.267	0.27	0.274	0.277	0.281	0.284	0.287	0.291	0.295	0.3	0.305	0.31	0.315	0.321	0.326	0.331	0.336	0.34	0.346
	0.14	0.278	0.28	0.283	0.286	0.289	0.293	0.296	0.299	0.303	0.307	0.312	0.317	0.321	0.326	0.331	0.336	0.341	0.346	0.351	0.356
	0.15	0.292	0.294	0.296	0.299	0.303	0.306	0.313	0.317	0.32	0.325	0.33	0.334	0.339	0.344	0.349	0.354	0.358	0.363	0.368	
	0.16	0.304	0.306	0.309	0.311	0.315	0.318	0.321	0.325	0.328	0.332	0.336	0.341	0.346	0.35	0.355	0.36	0.365	0.369	0.374	0.379
	0.17	0.317	0.319	0.321	0.324	0.328	0.331	0.334	0.337	0.341	0.344	0.349	0.354	0.358	0.362	0.367	0.372	0.376	0.381	0.385	0.39
	0.18	0.329	0.331	0.334	0.337	0.34	0.343	0.346	0.349	0.352	0.356	0.36	0.365	0.369	0.373	0.379	0.383	0.387	0.392	0.396	0.401
	0.19	0.343	0.344	0.347	0.35	0.353	0.356	0.359	0.362	0.365	0.368	0.37	0.373	0.377	0.38	0.384	0.388	0.393	0.395	0.4	0.404
	0.2	0.354	0.356	0.359	0.362	0.365	0.368	0.37	0.373	0.377	0.38	0.384	0.388	0.393	0.397	0.401	0.406	0.41	0.414	0.418	0.423

Table C.10 Sequential Test Power Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,3) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
		Significance Levels (Q-statistic)																			
Significance Levels (Skewness)		0.01	0.056	0.059	0.062	0.066	0.07	0.074	0.078	0.083	0.088	0.093	0.098	0.104	0.11	0.117	0.123	0.13	0.136	0.142	0.148
	0.02	0.103	0.105	0.109	0.112	0.117	0.121	0.124	0.129	0.134	0.139	0.144	0.15	0.156	0.162	0.168	0.175	0.181	0.187	0.193	0.2
	0.03	0.145	0.148	0.151	0.155	0.159	0.163	0.166	0.171	0.176	0.181	0.186	0.191	0.197	0.204	0.21	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242
	0.04	0.179	0.182	0.185	0.189	0.193	0.197	0.2	0.205	0.214	0.224	0.231	0.235	0.243	0.251	0.256	0.262	0.268	0.274	0.281	0.287
	0.05	0.211	0.213	0.217	0.22	0.224	0.228	0.231	0.236	0.241	0.246	0.251	0.256	0.262	0.267	0.271	0.276	0.281	0.286	0.292	0.298
	0.06	0.232	0.235	0.238	0.241	0.245	0.249	0.252	0.256	0.261	0.266	0.271	0.276	0.281	0.287	0.293	0.299	0.305	0.31	0.316	0.323
	0.07	0.251	0.253	0.256	0.259	0.263	0.266	0.269	0.274	0.278	0.282	0.287	0.292	0.297	0.303	0.309	0.315	0.322	0.325	0.33	0.338
	0.08	0.268	0.27	0.273	0.276	0.279	0.283	0.286	0.29	0.294	0.298	0.303	0.307	0.313	0.318	0.323	0.329	0.334	0.339	0.345	0.351
	0.09	0.285	0.287	0.29	0.293	0.296	0.299	0.302	0.306	0.31	0.314	0.319	0.323	0.328	0.333	0.338	0.344	0.349	0.354	0.36	0.366
	0.1	0.301	0.303	0.306	0.308	0.312	0.315	0.318	0.321	0.324	0.329	0.333	0.338	0.342	0.347	0.352	0.358	0.363	0.367	0.373	0.378
	0.11	0.318	0.322	0.325	0.328	0.331	0.334	0.337	0.341	0.345	0.349	0.353	0.358	0.362	0.367	0.373	0.378	0.382	0.387	0.393	
	0.12	0.333	0.335	0.337	0.34	0.343	0.346	0.348	0.352	0.355	0.359	0.363	0.367	0.371	0.376	0.381	0.386	0.391	0.395	0.4	0.406
	0.13	0.348	0.35	0.353	0.355	0.358	0.361	0.363	0.367	0.37	0.374	0.378	0.382	0.386	0.391	0.395	0.4	0.404	0.409	0.414	0.419
	0.14	0.361	0.363	0.366	0.368	0.371	0.374	0.376	0.379	0.383	0.386	0.39	0.394	0.398	0.403	0.407	0.412	0.416	0.421	0.425	0.43
	0.15	0.377	0.379	0.382	0.384	0.387	0.389	0.392	0.395	0.398	0.402	0.405	0.409	0.413	0.417	0.421	0.426	0.43	0.435	0.443	0.447
	0.16	0.392	0.393	0.396	0.398	0.401	0.406	0.412	0.415	0.42	0.422	0.426	0.43	0.435	0.443	0.447	0.452	0.455	0.459	0.464	0.466
	0.17	0.405	0.407	0.409	0.412	0.414	0.417	0.42	0.422	0.425	0.43	0.435	0.443	0.447	0.452	0.455	0.459	0.464	0.466		
	0.18	0.419	0.42	0.423	0.425	0.428	0.43	0.433	0.435	0.438	0.441	0.445	0.448	0.451	0.455	0.459	0.464	0.468	0.471	0.475	
	0.19	0.432	0.434	0.436	0.438	0.441	0.443	0.445	0.448	0.451	0.454	0.457	0.46	0.464	0.468	0.472	0.476	0.48	0.483	0.487	0.492
	0.2	0.445	0.446	0.449	0.451	0.453	0.456	0.459	0.462	0.465	0.468	0.471	0.474	0.477	0.48	0.483	0.486	0.488	0.491	0.494	0.498

Table C.11 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Beta (1,1) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.039	0.049	0.057	0.066	0.074	0.084	0.093	0.102	0.112	0.121
0.02	0.066	0.075	0.084	0.092	0.1	0.11	0.119	0.128	0.137	0.146
0.03	0.088	0.097	0.105	0.113	0.121	0.131	0.14	0.148	0.155	0.164
0.04	0.109	0.118	0.126	0.134	0.142	0.152	0.161	0.169	0.175	0.184
0.05	0.128	0.137	0.145	0.153	0.161	0.171	0.179	0.188	0.197	0.204
0.06	0.146	0.155	0.163	0.171	0.179	0.187	0.197	0.206	0.214	0.223
0.07	0.163	0.172	0.181	0.188	0.196	0.205	0.214	0.222	0.231	0.241
0.08	0.18	0.189	0.197	0.205	0.213	0.222	0.231	0.239	0.248	0.256
0.09	0.196	0.205	0.213	0.221	0.229	0.238	0.247	0.255	0.264	0.272
0.1	0.214	0.223	0.231	0.239	0.246	0.256	0.264	0.273	0.281	0.29
0.11	0.229	0.238	0.246	0.254	0.261	0.27	0.279	0.287	0.296	0.304
0.12	0.244	0.254	0.261	0.269	0.277	0.285	0.294	0.302	0.31	0.319
0.13	0.259	0.267	0.274	0.282	0.289	0.298	0.306	0.314	0.322	0.33
0.14	0.274	0.282	0.288	0.295	0.302	0.311	0.318	0.325	0.333	0.341
0.15	0.288	0.296	0.302	0.309	0.316	0.323	0.33	0.338	0.345	0.353
0.16	0.302	0.309	0.315	0.322	0.328	0.336	0.342	0.35	0.357	0.364
0.17	0.316	0.323	0.329	0.335	0.342	0.349	0.355	0.362	0.369	0.376
0.18	0.327	0.334	0.34	0.346	0.352	0.359	0.366	0.372	0.379	0.386
0.19	0.339	0.346	0.351	0.357	0.363	0.37	0.377	0.383	0.39	0.397
0.2	0.35	0.357	0.362	0.368	0.374	0.381	0.387	0.393	0.39	0.406

Table C.12 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Beta (2,2) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.032	0.038	0.044	0.051	0.057	0.065	0.072	0.079	0.085	0.093
0.02	0.06	0.066	0.072	0.078	0.085	0.092	0.099	0.106	0.113	0.122
0.03	0.083	0.089	0.095	0.101	0.107	0.115	0.121	0.128	0.135	0.144
0.04	0.105	0.116	0.122	0.129	0.136	0.143	0.15	0.162	0.169	0.176
0.05	0.125	0.131	0.138	0.142	0.149	0.156	0.162	0.169	0.176	0.184
0.06	0.145	0.151	0.156	0.162	0.169	0.175	0.182	0.189	0.196	0.204
0.07	0.164	0.169	0.175	0.181	0.187	0.193	0.201	0.207	0.214	0.221
0.08	0.183	0.188	0.194	0.199	0.206	0.213	0.219	0.226	0.232	0.24
0.09	0.2	0.206	0.211	0.223	0.23	0.243	0.25	0.258	0.265	0.271
0.1	0.216	0.221	0.227	0.233	0.246	0.252	0.259	0.265	0.273	0.28
0.11	0.232	0.237	0.242	0.248	0.254	0.261	0.267	0.274	0.28	0.287
0.12	0.247	0.253	0.258	0.264	0.27	0.277	0.283	0.289	0.295	0.303
0.13	0.26	0.265	0.27	0.275	0.281	0.288	0.294	0.301	0.308	0.315
0.14	0.271	0.276	0.281	0.286	0.292	0.298	0.304	0.31	0.316	0.322
0.15	0.284	0.289	0.294	0.304	0.31	0.316	0.322	0.328	0.335	0.341
0.16	0.297	0.302	0.307	0.312	0.317	0.323	0.328	0.334	0.34	0.349
0.17	0.31	0.314	0.319	0.323	0.328	0.334	0.339	0.345	0.351	0.357
0.18	0.322	0.326	0.33	0.335	0.34	0.346	0.351	0.357	0.362	0.368
0.19	0.334	0.338	0.342	0.347	0.352	0.357	0.362	0.368	0.373	0.379
0.2	0.346	0.35	0.354	0.358	0.363	0.368	0.374	0.379	0.384	0.39

Table C.13 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Beta (2,3) n = 5

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																		
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
	0.01	0.045	0.048	0.052	0.056	0.061	0.066	0.071	0.077	0.083	0.088	0.095	0.101	0.108	0.115	0.123	0.13	0.137	0.144	0.151
	0.02	0.081	0.085	0.089	0.093	0.097	0.102	0.108	0.113	0.119	0.124	0.131	0.137	0.144	0.15	0.158	0.165	0.173	0.177	0.186
	0.03	0.114	0.117	0.121	0.125	0.13	0.135	0.14	0.146	0.151	0.156	0.163	0.169	0.176	0.182	0.189	0.197	0.204	0.211	0.218
	0.04	0.144	0.147	0.152	0.156	0.16	0.165	0.17	0.176	0.181	0.186	0.193	0.2	0.206	0.212	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248
	0.05	0.172	0.175	0.179	0.183	0.188	0.193	0.198	0.203	0.209	0.214	0.221	0.227	0.234	0.24	0.248	0.254	0.261	0.268	0.275
	0.06	0.193	0.196	0.2	0.203	0.208	0.213	0.218	0.223	0.228	0.233	0.24	0.247	0.253	0.259	0.266	0.271	0.279	0.285	0.292
	0.07	0.209	0.212	0.215	0.219	0.223	0.228	0.232	0.237	0.242	0.247	0.253	0.261	0.267	0.272	0.279	0.284	0.291	0.298	0.304
	0.08	0.224	0.227	0.231	0.234	0.238	0.243	0.247	0.252	0.256	0.261	0.267	0.273	0.277	0.283	0.289	0.294	0.306	0.312	0.316
	0.09	0.242	0.245	0.248	0.251	0.255	0.259	0.264	0.268	0.273	0.277	0.283	0.289	0.294	0.298	0.303	0.308	0.314	0.322	0.336
	0.1	0.258	0.26	0.264	0.267	0.271	0.275	0.279	0.283	0.288	0.292	0.298	0.303	0.308	0.314	0.32	0.326	0.332	0.337	0.343
	0.11	0.273	0.276	0.279	0.282	0.286	0.29	0.294	0.298	0.302	0.306	0.312	0.317	0.322	0.327	0.334	0.339	0.345	0.355	0.366
	0.12	0.288	0.291	0.294	0.297	0.3	0.304	0.308	0.312	0.316	0.32	0.326	0.331	0.336	0.341	0.347	0.352	0.358	0.363	0.374
	0.13	0.302	0.304	0.307	0.31	0.314	0.318	0.321	0.325	0.33	0.333	0.338	0.342	0.346	0.351	0.359	0.364	0.37	0.375	0.38
	0.14	0.315	0.318	0.32	0.323	0.327	0.33	0.334	0.338	0.342	0.346	0.351	0.355	0.36	0.365	0.371	0.376	0.381	0.386	0.391
	0.15	0.331	0.333	0.336	0.338	0.342	0.345	0.349	0.353	0.356	0.36	0.365	0.369	0.374	0.379	0.384	0.389	0.394	0.399	0.404
	0.16	0.345	0.347	0.35	0.353	0.356	0.359	0.363	0.367	0.371	0.374	0.378	0.383	0.387	0.397	0.402	0.407	0.411	0.416	0.421
	0.17	0.358	0.361	0.363	0.366	0.369	0.373	0.376	0.38	0.383	0.387	0.391	0.396	0.4	0.404	0.41	0.414	0.419	0.423	0.428
	0.18	0.373	0.375	0.378	0.381	0.384	0.387	0.39	0.394	0.397	0.401	0.405	0.409	0.414	0.418	0.423	0.427	0.432	0.436	0.441
	0.19	0.387	0.389	0.392	0.394	0.397	0.401	0.404	0.407	0.411	0.414	0.418	0.426	0.43	0.435	0.44	0.444	0.448	0.453	0.457
	0.2	0.4	0.402	0.404	0.407	0.41	0.413	0.416	0.42	0.423	0.426	0.43	0.434	0.438	0.442	0.447	0.451	0.455	0.46	0.464

Table C.14 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Normal (0,1) n = 5

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																		
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
	0.01	0.068	0.071	0.074	0.078	0.082	0.086	0.09	0.095	0.1	0.105	0.111	0.117	0.123	0.129	0.135	0.141	0.147	0.154	0.16
	0.02	0.121	0.124	0.127	0.131	0.135	0.139	0.143	0.147	0.152	0.157	0.163	0.169	0.174	0.181	0.187	0.193	0.199	0.205	0.211
	0.03	0.169	0.172	0.175	0.178	0.182	0.186	0.19	0.194	0.199	0.204	0.21	0.215	0.221	0.227	0.233	0.239	0.245	0.251	0.257
	0.04	0.205	0.208	0.211	0.214	0.218	0.222	0.226	0.23	0.234	0.239	0.245	0.251	0.256	0.262	0.268	0.274	0.28	0.286	0.292
	0.05	0.24	0.242	0.245	0.249	0.253	0.256	0.26	0.265	0.269	0.274	0.279	0.285	0.29	0.296	0.302	0.308	0.313	0.319	0.325
	0.06	0.263	0.266	0.269	0.273	0.276	0.28	0.284	0.288	0.293	0.299	0.304	0.309	0.315	0.32	0.326	0.331	0.337	0.342	0.348
	0.07	0.278	0.28	0.283	0.286	0.29	0.293	0.297	0.301	0.304	0.309	0.314	0.32	0.324	0.33	0.335	0.34	0.345	0.35	0.356
	0.08	0.295	0.298	0.3	0.304	0.307	0.31	0.314	0.317	0.321	0.325	0.33	0.335	0.34	0.345	0.35	0.355	0.36	0.365	0.371
	0.09	0.314	0.316	0.319	0.322	0.325	0.328	0.332	0.335	0.339	0.343	0.347	0.352	0.356	0.361	0.367	0.371	0.376	0.381	0.386
	0.1	0.33	0.332	0.335	0.338	0.341	0.344	0.347	0.35	0.354	0.358	0.362	0.367	0.371	0.376	0.381	0.386	0.39	0.395	0.4
	0.11	0.347	0.349	0.351	0.354	0.357	0.36	0.363	0.367	0.37	0.374	0.378	0.382	0.386	0.391	0.396	0.4	0.405	0.414	0.419
	0.12	0.362	0.365	0.367	0.37	0.372	0.375	0.378	0.382	0.385	0.389	0.393	0.397	0.401	0.405	0.41	0.414	0.423	0.428	0.432
	0.13	0.378	0.38	0.382	0.388	0.391	0.394	0.397	0.4	0.403	0.407	0.41	0.415	0.419	0.424	0.428	0.432	0.436	0.441	0.445
	0.14	0.392	0.394	0.396	0.399	0.402	0.404	0.407	0.41	0.413	0.417	0.42	0.424	0.428	0.432	0.436	0.441	0.445	0.449	0.453
	0.15	0.408	0.41	0.412	0.415	0.417	0.42	0.422	0.425	0.428	0.431	0.435	0.439	0.442	0.446	0.451	0.455	0.459	0.462	0.467
	0.16	0.422	0.424	0.426	0.429	0.431	0.434	0.437	0.44	0.443	0.446	0.449	0.453	0.456	0.46	0.464	0.468	0.472	0.475	0.479
	0.17	0.437	0.439	0.441	0.444	0.446	0.449	0.451	0.453	0.456	0.459	0.463	0.466	0.469	0.473	0.477	0.481	0.485	0.488	0.492
	0.18	0.452	0.454	0.457	0.459	0.461	0.464	0.466	0.469	0.472	0.475	0.479	0.482	0.486	0.489	0.495	0.502	0.506	0.513	0.517
	0.19	0.464	0.466	0.468	0.47	0.472	0.474	0.477	0.479	0.482	0.486	0.488	0.491	0.495	0.501	0.504	0.507	0.511	0.514	0.525
	0.2	0.477	0.479	0.481	0.483	0.485	0.488	0.49	0.492	0.495	0.498	0.501	0.504	0.507	0.511	0.514	0.518	0.521	0.528	0.532

Table C.15 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Uniform (0,2)

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
		0.01	0.069	0.074	0.081	0.087	0.093	0.1	0.107	0.114	0.122	0.129	0.138	0.146	0.154	0.162	0.172	0.18	0.188	0.197	0.205	
		0.02	0.113	0.119	0.125	0.131	0.137	0.144	0.151	0.159	0.166	0.173	0.182	0.19	0.198	0.206	0.215	0.224	0.232	0.241	0.248	
		0.03	0.153	0.159	0.165	0.171	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.213	0.221	0.23	0.246	0.255	0.263	0.272	0.28	0.288	0.295	
		0.04	0.186	0.191	0.197	0.203	0.209	0.216	0.223	0.23	0.238	0.246	0.254	0.262	0.27	0.278	0.287	0.295	0.303	0.312	0.32	0.327
		0.05	0.219	0.225	0.231	0.237	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.278	0.287	0.295	0.303	0.311	0.32	0.328	0.336	0.344	0.352	0.358
		0.06	0.244	0.249	0.255	0.26	0.266	0.273	0.279	0.286	0.293	0.3	0.308	0.316	0.323	0.331	0.339	0.347	0.355	0.363	0.37	0.377
		0.07	0.266	0.271	0.276	0.281	0.286	0.292	0.298	0.305	0.311	0.318	0.325	0.333	0.34	0.347	0.355	0.363	0.37	0.378	0.385	0.392
		0.08	0.287	0.291	0.296	0.301	0.306	0.312	0.318	0.324	0.33	0.336	0.343	0.35	0.357	0.364	0.372	0.379	0.386	0.394	0.401	0.407
		0.09	0.307	0.311	0.316	0.321	0.325	0.331	0.336	0.342	0.348	0.356	0.363	0.371	0.376	0.381	0.388	0.395	0.402	0.409	0.416	0.422
		0.1	0.326	0.33	0.335	0.339	0.344	0.349	0.354	0.36	0.365	0.371	0.377	0.384	0.39	0.396	0.404	0.41	0.417	0.424	0.43	0.436
		0.11	0.344	0.348	0.353	0.357	0.362	0.367	0.372	0.377	0.383	0.388	0.394	0.4	0.406	0.412	0.419	0.426	0.432	0.438	0.445	0.45
		0.12	0.361	0.365	0.369	0.374	0.378	0.383	0.388	0.393	0.398	0.403	0.409	0.414	0.42	0.426	0.433	0.439	0.445	0.451	0.457	0.463
		0.13	0.377	0.381	0.385	0.389	0.393	0.398	0.403	0.408	0.413	0.417	0.423	0.429	0.434	0.44	0.447	0.453	0.458	0.464	0.47	0.476
		0.14	0.392	0.395	0.399	0.403	0.407	0.412	0.417	0.421	0.426	0.431	0.436	0.441	0.447	0.452	0.459	0.465	0.47	0.476	0.482	0.487
		0.15	0.408	0.412	0.416	0.42	0.424	0.428	0.433	0.437	0.442	0.446	0.452	0.457	0.462	0.467	0.474	0.479	0.484	0.49	0.495	0.501
		0.16	0.423	0.427	0.431	0.435	0.439	0.443	0.447	0.451	0.456	0.46	0.465	0.47	0.475	0.48	0.487	0.492	0.497	0.502	0.508	0.513
		0.17	0.438	0.442	0.446	0.449	0.453	0.457	0.461	0.466	0.47	0.474	0.479	0.484	0.488	0.494	0.5	0.505	0.51	0.515	0.52	0.525
		0.18	0.455	0.458	0.461	0.465	0.468	0.472	0.477	0.481	0.485	0.489	0.493	0.497	0.502	0.506	0.51	0.514	0.523	0.528	0.533	0.538
		0.19	0.468	0.471	0.475	0.478	0.481	0.485	0.489	0.493	0.498	0.502	0.506	0.51	0.515	0.52	0.525	0.53	0.535	0.54	0.544	0.549
		0.2	0.482	0.485	0.488	0.491	0.493	0.498	0.498	0.502	0.506	0.51	0.518	0.523	0.527	0.532	0.537	0.542	0.546	0.551	0.555	0.560

Table C.16 Sequential Test Power
Ho: Gamma (1.0) Ha: Uniform (10,15) n = 5

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
		0.01	0.041	0.05	0.059	0.067	0.076	0.085	0.094	0.103	0.112	0.122	0.131	0.14	0.15	0.159	0.167	0.176	0.186	0.196	0.205	
		0.02	0.069	0.077	0.086	0.094	0.103	0.111	0.12	0.128	0.138	0.148	0.156	0.166	0.175	0.184	0.192	0.201	0.211	0.22	0.229	
		0.03	0.09	0.098	0.106	0.115	0.123	0.132	0.141	0.149	0.158	0.168	0.176	0.186	0.195	0.204	0.212	0.221	0.23	0.239	0.248	
		0.04	0.11	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152	0.161	0.169	0.178	0.187	0.196	0.205	0.214	0.223	0.231	0.24	0.249	0.258	0.267	
		0.05	0.129	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.179	0.188	0.197	0.206	0.215	0.223	0.233	0.241	0.249	0.258	0.267	0.276	0.285	0.294
		0.06	0.148	0.157	0.164	0.172	0.181	0.189	0.198	0.206	0.215	0.223	0.231	0.24	0.249	0.258	0.267	0.275	0.283	0.291	0.303	0.312
		0.07	0.165	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.214	0.223	0.231	0.24	0.249	0.258	0.267	0.275	0.283	0.292	0.301	0.31	0.316	0.322
		0.08	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	0.23	0.238	0.247	0.256	0.273	0.282	0.29	0.298	0.307	0.316	0.325	0.333	0.342	0.349
		0.09	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.247	0.255	0.264	0.273	0.281	0.29	0.298	0.307	0.315	0.323	0.332	0.341	0.35	0.359
		0.1	0.214	0.229	0.238	0.246	0.254	0.262	0.27	0.278	0.286	0.295	0.304	0.312	0.32	0.329	0.337	0.345	0.353	0.362	0.37	0.373
		0.12	0.245	0.253	0.261	0.269	0.276	0.284	0.292	0.3	0.308	0.317	0.325	0.333	0.342	0.349	0.357	0.365	0.374	0.382	0.389	0.398
		0.13	0.259	0.266	0.273	0.281	0.288	0.296	0.304	0.311	0.319	0.328	0.336	0.344	0.352	0.36	0.367	0.375	0.383	0.391	0.399	0.407
		0.14	0.273	0.28	0.287	0.294	0.301	0.308	0.316	0.323	0.331	0.339	0.347	0.355	0.363	0.37	0.377	0.385	0.393	0.401	0.408	0.416
		0.15	0.287	0.294	0.3	0.307	0.314	0.321	0.328	0.335	0.343	0.351	0.358	0.366	0.374	0.381	0.388	0.395	0.403	0.41	0.418	0.426
		0.16	0.3	0.307	0.314	0.32	0.327	0.333	0.341	0.347	0.354	0.36	0.369	0.377	0.384	0.391	0.398	0.405	0.413	0.42	0.428	0.435
		0.17	0.314	0.321	0.33	0.334	0.34	0.346	0.353	0.36	0.367	0.374	0.381	0.388	0.396	0.402	0.409	0.416	0.423	0.43	0.438	0.445
		0.18	0.326	0.333	0.339	0.345	0.351	0.357	0.364	0.371	0.377	0.385	0.391	0.398	0.406	0.412	0.418	0.425	0.433	0.439	0.446	0.454
		0.19	0.339	0.345	0.351	0.357	0.363	0.369	0.376	0.382	0.389	0.396	0.402	0.41	0.416	0.422	0.429	0.435	0.443	0.45	0.463	0.469
		0.2	0.351	0.357	0.363	0.369	0.375	0.38	0.387	0.393	0.399	0.406	0.412	0.419	0.426	0.432	0.438	0.445	0.452	0.458	0.465	0.472

Table C.17 Sequential Test Power

H_0 : Gamma (1.0) H_a : Lognormal (0,1) $n = 5$

		Significance Levels (Q -statistic)																			
		Significance Levels (Skewness)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.028	0.038	0.047	0.058	0.068	0.079	0.09	0.102	0.114	0.125	0.138	0.149	0.16	0.171	0.181	0.192	0.204	0.214	0.224	0.234	
0.02	0.041	0.05	0.058	0.067	0.076	0.085	0.095	0.106	0.117	0.129	0.141	0.153	0.164	0.175	0.185	0.196	0.207	0.218	0.228	0.238	
0.03	0.054	0.062	0.07	0.078	0.086	0.094	0.102	0.112	0.122	0.133	0.145	0.156	0.167	0.178	0.188	0.199	0.211	0.221	0.231	0.241	
0.04	0.068	0.075	0.083	0.091	0.098	0.106	0.113	0.122	0.131	0.141	0.151	0.161	0.171	0.182	0.192	0.202	0.214	0.225	0.234	0.245	
0.05	0.082	0.089	0.096	0.103	0.111	0.117	0.124	0.133	0.141	0.15	0.159	0.169	0.178	0.188	0.196	0.207	0.219	0.229	0.239	0.249	
0.06	0.094	0.101	0.108	0.115	0.121	0.128	0.135	0.141	0.151	0.159	0.168	0.177	0.185	0.203	0.212	0.223	0.234	0.243	0.253	0.263	
0.07	0.107	0.113	0.12	0.127	0.133	0.14	0.147	0.155	0.162	0.17	0.178	0.186	0.196	0.203	0.21	0.219	0.23	0.239	0.248	0.257	
0.08	0.117	0.124	0.13	0.137	0.143	0.15	0.156	0.164	0.171	0.178	0.186	0.194	0.202	0.218	0.226	0.236	0.244	0.253	0.262	0.271	
0.09	0.13	0.136	0.142	0.149	0.155	0.161	0.168	0.175	0.182	0.189	0.197	0.205	0.212	0.227	0.235	0.244	0.253	0.26	0.269	0.276	
0.1	0.142	0.148	0.154	0.16	0.166	0.172	0.178	0.186	0.193	0.199	0.207	0.214	0.221	0.229	0.236	0.244	0.253	0.26	0.268	0.276	
0.11	0.154	0.16	0.165	0.172	0.177	0.184	0.19	0.197	0.204	0.21	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.262	0.269	0.276	0.284	
0.12	0.164	0.17	0.175	0.181	0.187	0.193	0.199	0.206	0.213	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.253	0.261	0.269	0.276	0.283	0.291	
0.13	0.175	0.181	0.186	0.192	0.197	0.203	0.209	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.248	0.255	0.262	0.269	0.277	0.283	0.29	0.298	
0.14	0.185	0.191	0.196	0.202	0.207	0.213	0.218	0.225	0.231	0.237	0.244	0.251	0.257	0.264	0.27	0.277	0.284	0.291	0.297	0.304	
0.15	0.196	0.201	0.206	0.212	0.217	0.223	0.228	0.235	0.241	0.246	0.253	0.26	0.269	0.275	0.282	0.288	0.298	0.305	0.311	0.318	
0.16	0.205	0.211	0.215	0.221	0.226	0.232	0.237	0.243	0.249	0.255	0.261	0.267	0.273	0.28	0.285	0.292	0.299	0.305	0.311	0.32	
0.17	0.216	0.222	0.226	0.232	0.237	0.242	0.247	0.253	0.259	0.264	0.271	0.277	0.282	0.289	0.294	0.301	0.308	0.314	0.322	0.326	
0.18	0.227	0.232	0.236	0.242	0.247	0.252	0.257	0.263	0.268	0.274	0.28	0.286	0.291	0.298	0.303	0.309	0.316	0.322	0.328	0.334	
0.19	0.237	0.242	0.246	0.252	0.256	0.262	0.267	0.272	0.278	0.283	0.289	0.295	0.3	0.306	0.312	0.318	0.324	0.33	0.335	0.342	
0.2	0.247	0.252	0.256	0.261	0.266	0.271	0.276	0.281	0.287	0.292	0.298	0.303	0.315	0.32	0.326	0.332	0.338	0.343	0.349	0.349	

Table C.18 Sequential Test Power

H_0 : Gamma (1.0) H_a : Lognormal (0,2) $n = 5$

		Significance Levels (Q -statistic)																			
		Significance Levels (Skewness)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.146	0.155	0.164	0.175	0.188	0.205	0.223	0.239	0.255	0.271	0.285	0.298	0.311	0.324	0.336	0.347	0.356	0.367	0.372	0.383	0.394
0.02	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.221	0.231	0.242	0.257	0.266	0.276	0.287	0.3	0.313	0.326	0.338	0.349	0.352	0.373	0.384	0.395
0.03	0.207	0.214	0.22	0.227	0.234	0.249	0.255	0.269	0.275	0.282	0.29	0.298	0.307	0.316	0.327	0.334	0.343	0.352	0.374	0.385	0.396
0.04	0.229	0.236	0.242	0.249	0.255	0.262	0.269	0.275	0.282	0.287	0.293	0.298	0.306	0.312	0.32	0.334	0.343	0.352	0.375	0.386	0.397
0.05	0.25	0.256	0.262	0.268	0.274	0.28	0.287	0.293	0.299	0.306	0.312	0.319	0.327	0.334	0.346	0.354	0.361	0.369	0.378	0.387	0.398
0.06	0.268	0.274	0.28	0.286	0.291	0.298	0.304	0.31	0.315	0.321	0.327	0.334	0.341	0.347	0.352	0.358	0.364	0.371	0.378	0.385	0.393
0.07	0.284	0.295	0.301	0.307	0.313	0.319	0.324	0.33	0.337	0.343	0.348	0.353	0.359	0.364	0.375	0.38	0.386	0.391	0.397	0.403	0.416
0.08	0.304	0.319	0.326	0.332	0.339	0.345	0.35	0.356	0.36	0.365	0.371	0.375	0.379	0.384	0.388	0.393	0.398	0.404	0.415	0.427	0.436
0.09	0.311	0.317	0.322	0.328	0.333	0.339	0.345	0.35	0.356	0.361	0.366	0.371	0.376	0.381	0.386	0.391	0.396	0.403	0.41	0.416	0.422
0.1	0.326	0.331	0.337	0.342	0.347	0.354	0.359	0.365	0.37	0.375	0.38	0.385	0.39	0.395	0.399	0.404	0.41	0.416	0.421	0.427	0.436
0.11	0.338	0.343	0.349	0.354	0.359	0.365	0.37	0.375	0.38	0.385	0.39	0.395	0.399	0.404	0.41	0.416	0.42	0.425	0.431	0.436	0.444
0.12	0.349	0.354	0.359	0.365	0.37	0.376	0.381	0.386	0.391	0.396	0.4	0.405	0.409	0.414	0.419	0.424	0.429	0.434	0.439	0.444	0.454
0.13	0.361	0.366	0.371	0.376	0.382	0.387	0.392	0.397	0.402	0.406	0.411	0.416	0.42	0.425	0.429	0.433	0.438	0.443	0.449	0.454	0.462
0.14	0.371	0.376	0.381	0.386	0.391	0.397	0.402	0.407	0.411	0.417	0.421	0.426	0.43	0.434	0.438	0.443	0.447	0.451	0.456	0.466	0.47
0.15	0.382	0.387	0.392	0.397	0.402	0.407	0.412	0.417	0.422	0.427	0.431	0.436	0.44	0.444	0.448	0.452	0.457	0.461	0.465	0.475	0.479
0.16	0.392	0.397	0.402	0.407	0.412	0.417	0.422	0.427	0.432	0.437	0.441	0.446	0.451	0.455	0.459	0.463	0.467	0.471	0.478	0.483	0.488
0.17	0.402	0.407	0.411	0.416	0.421	0.426	0.431	0.436	0.441	0.446	0.451	0.456	0.461	0.465	0.469	0.474	0.478	0.482	0.486	0.491	0.496
0.18	0.411	0.416	0.421	0.426	0.431	0.436	0.441	0.446	0.451	0.456	0.461	0.466	0.471	0.476	0.481	0.486	0.491	0.495	0.499	0.504	0.509
0.19	0.421	0.425	0.43	0.435	0.44	0.444	0.449	0.453	0.458	0.462	0.466	0.47	0.474	0.478	0.482	0.486	0.49	0.495	0.499	0.504	0.511
0.2	0.429	0.434	0.438	0.443	0.447	0.452	0.457	0.461	0.465	0.467	0.47	0.474	0.478	0.482	0.486	0.489	0.493	0.498	0.502	0.507	0.511

Table C.19 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Gamma (1.0) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																		
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
		0.019	0.027	0.036	0.045	0.055	0.064	0.074	0.084	0.094	0.104	0.114	0.123	0.134	0.144	0.153	0.163	0.173	0.182	0.193
		0.029	0.036	0.045	0.054	0.062	0.071	0.08	0.089	0.099	0.109	0.119	0.128	0.138	0.148	0.158	0.168	0.178	0.187	0.197
0.03	0.039	0.046	0.054	0.062	0.07	0.078	0.086	0.095	0.104	0.114	0.123	0.133	0.143	0.153	0.163	0.172	0.182	0.192	0.202	0.212
0.04	0.048	0.055	0.063	0.071	0.078	0.086	0.094	0.102	0.111	0.12	0.129	0.138	0.148	0.157	0.167	0.176	0.187	0.196	0.206	0.216
0.05	0.058	0.064	0.072	0.08	0.088	0.095	0.103	0.11	0.119	0.127	0.135	0.144	0.153	0.163	0.172	0.181	0.191	0.2	0.211	0.221
0.06	0.067	0.074	0.081	0.089	0.096	0.103	0.11	0.118	0.126	0.135	0.142	0.15	0.16	0.169	0.178	0.186	0.205	0.215	0.225	0.235
0.07	0.077	0.083	0.091	0.098	0.105	0.112	0.117	0.127	0.135	0.143	0.15	0.158	0.167	0.176	0.184	0.193	0.202	0.211	0.221	0.230
0.08	0.088	0.094	0.101	0.108	0.116	0.122	0.13	0.136	0.144	0.152	0.159	0.167	0.175	0.184	0.192	0.2	0.209	0.217	0.227	0.237
0.09	0.098	0.104	0.111	0.118	0.125	0.132	0.139	0.146	0.153	0.161	0.168	0.175	0.184	0.192	0.2	0.207	0.216	0.224	0.233	0.243
0.1	0.108	0.114	0.121	0.128	0.135	0.141	0.148	0.155	0.162	0.17	0.177	0.184	0.192	0.2	0.208	0.215	0.224	0.232	0.241	0.250
0.11	0.117	0.123	0.13	0.137	0.144	0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.192	0.2	0.208	0.215	0.223	0.231	0.238	0.247	0.256
0.12	0.128	0.133	0.14	0.147	0.154	0.16	0.166	0.173	0.18	0.187	0.194	0.201	0.208	0.216	0.223	0.23	0.238	0.246	0.254	0.263
0.13	0.137	0.143	0.15	0.156	0.163	0.175	0.182	0.189	0.196	0.202	0.209	0.216	0.224	0.231	0.238	0.246	0.253	0.261	0.269	0.275
0.14	0.147	0.152	0.159	0.165	0.172	0.178	0.184	0.19	0.197	0.204	0.21	0.216	0.224	0.231	0.238	0.244	0.252	0.259	0.267	0.275
0.15	0.157	0.163	0.169	0.175	0.181	0.187	0.193	0.199	0.206	0.213	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.252	0.26	0.266	0.274	0.282
0.16	0.167	0.172	0.178	0.184	0.19	0.196	0.202	0.208	0.214	0.221	0.227	0.233	0.24	0.254	0.26	0.267	0.274	0.281	0.289	0.295
0.17	0.176	0.182	0.188	0.194	0.199	0.205	0.211	0.217	0.223	0.229	0.235	0.241	0.248	0.255	0.261	0.267	0.274	0.281	0.288	0.295
0.18	0.186	0.191	0.197	0.203	0.209	0.214	0.22	0.226	0.232	0.238	0.244	0.25	0.257	0.263	0.269	0.275	0.282	0.288	0.296	0.303
0.19	0.195	0.2	0.206	0.212	0.218	0.223	0.229	0.234	0.24	0.246	0.252	0.258	0.264	0.27	0.277	0.282	0.289	0.295	0.302	0.309
0.2	0.205	0.21	0.216	0.222	0.227	0.232	0.238	0.243	0.249	0.255	0.261	0.266	0.272	0.278	0.285	0.29	0.297	0.303	0.31	0.317

Table C.20 Sequential Test Power
Ho: Gamma (1.0) Ha: Gamma (2.0) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																		
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
		0.016	0.022	0.03	0.037	0.045	0.053	0.06	0.068	0.076	0.084	0.093	0.101	0.109	0.119	0.128	0.137	0.147	0.156	0.173
0.02	0.026	0.032	0.039	0.046	0.053	0.061	0.068	0.077	0.084	0.092	0.1	0.108	0.117	0.126	0.135	0.144	0.154	0.163	0.171	0.180
0.03	0.035	0.042	0.048	0.055	0.062	0.07	0.077	0.084	0.092	0.108	0.116	0.124	0.134	0.142	0.152	0.162	0.171	0.179	0.187	0.196
0.04	0.045	0.052	0.058	0.065	0.072	0.079	0.086	0.093	0.1	0.108	0.116	0.124	0.134	0.141	0.15	0.158	0.167	0.177	0.186	0.195
0.05	0.056	0.063	0.069	0.076	0.082	0.089	0.096	0.103	0.11	0.117	0.126	0.133	0.141	0.15	0.159	0.167	0.176	0.186	0.194	0.202
0.06	0.067	0.073	0.079	0.086	0.093	0.1	0.106	0.113	0.12	0.127	0.135	0.142	0.15	0.159	0.167	0.176	0.186	0.194	0.202	0.211
0.07	0.078	0.084	0.091	0.098	0.105	0.112	0.119	0.125	0.132	0.139	0.146	0.153	0.16	0.169	0.176	0.184	0.194	0.202	0.211	0.221
0.08	0.087	0.093	0.099	0.106	0.112	0.119	0.126	0.133	0.142	0.149	0.155	0.163	0.17	0.177	0.185	0.193	0.202	0.211	0.226	0.234
0.09	0.098	0.103	0.109	0.116	0.122	0.129	0.136	0.143	0.15	0.158	0.165	0.173	0.18	0.186	0.193	0.202	0.211	0.227	0.235	0.243
0.1	0.108	0.114	0.12	0.126	0.133	0.14	0.146	0.152	0.159	0.165	0.173	0.18	0.189	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243
0.11	0.119	0.124	0.13	0.137	0.143	0.15	0.156	0.162	0.168	0.175	0.182	0.189	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251
0.12	0.129	0.134	0.14	0.146	0.152	0.159	0.165	0.171	0.178	0.184	0.191	0.197	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251	0.258
0.13	0.138	0.144	0.149	0.155	0.162	0.168	0.174	0.18	0.186	0.192	0.199	0.205	0.212	0.22	0.227	0.235	0.244	0.251	0.258	0.266
0.14	0.148	0.153	0.158	0.164	0.171	0.177	0.183	0.19	0.196	0.202	0.208	0.215	0.222	0.23	0.24	0.25	0.264	0.274	0.284	0.293
0.15	0.157	0.162	0.167	0.173	0.179	0.185	0.19	0.196	0.202	0.208	0.215	0.222	0.23	0.24	0.25	0.264	0.274	0.284	0.293	0.301
0.16	0.167	0.172	0.176	0.182	0.188	0.194	0.199	0.205	0.211	0.217	0.223	0.229	0.235	0.241	0.246	0.252	0.26	0.272	0.28	0.288
0.17	0.177	0.182	0.186	0.192	0.197	0.203	0.209	0.214	0.22	0.226	0.232	0.238	0.244	0.25	0.256	0.265	0.272	0.28	0.285	0.291
0.18	0.187	0.191	0.196	0.201	0.207	0.213	0.218	0.223	0.229	0.235	0.241	0.246	0.252	0.259	0.266	0.272	0.28	0.286	0.293	0.298
0.19	0.197	0.202	0.206	0.211	0.217	0.222	0.228	0.233	0.239	0.244	0.25	0.255	0.261	0.268	0.274	0.281	0.288	0.294	0.301	0.306
0.2	0.207	0.211	0.216	0.221	0.226	0.232	0.237	0.242	0.248	0.253	0.258	0.264	0.269	0.276	0.282	0.288	0.295	0.302	0.308	0.313

Table C.21 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Gamma (2.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.017	0.025	0.031	0.039	0.046	0.054	0.062	0.069	0.077	0.085	0.093	0.101	0.109	0.118	0.126	0.134	0.143	0.153	0.162	0.17	
0.02	0.028	0.036	0.042	0.049	0.057	0.064	0.071	0.079	0.087	0.094	0.102	0.111	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152	0.162	0.17	0.179	
0.03	0.039	0.047	0.053	0.061	0.067	0.074	0.081	0.088	0.096	0.103	0.111	0.121	0.13	0.146	0.154	0.162	0.171	0.178	0.187	0.19	
0.04	0.051	0.059	0.064	0.071	0.078	0.085	0.092	0.099	0.107	0.114	0.121	0.13	0.138	0.146	0.154	0.162	0.171	0.178	0.189	0.197	
0.05	0.062	0.069	0.075	0.082	0.089	0.096	0.103	0.109	0.117	0.124	0.131	0.139	0.147	0.155	0.163	0.171	0.178	0.189	0.198	0.206	
0.06	0.073	0.08	0.086	0.093	0.099	0.106	0.113	0.12	0.127	0.134	0.141	0.149	0.158	0.164	0.172	0.18	0.189	0.198	0.207	0.215	
0.07	0.085	0.092	0.098	0.104	0.111	0.118	0.124	0.131	0.138	0.145	0.152	0.16	0.167	0.175	0.183	0.19	0.199	0.208	0.216	0.224	
0.08	0.096	0.103	0.108	0.115	0.121	0.128	0.135	0.141	0.149	0.155	0.162	0.17	0.177	0.185	0.192	0.199	0.208	0.217	0.225	0.233	
0.09	0.106	0.113	0.119	0.125	0.131	0.138	0.145	0.151	0.158	0.164	0.171	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.216	0.225	0.233	0.241	
0.1	0.117	0.124	0.13	0.136	0.142	0.149	0.155	0.162	0.169	0.175	0.182	0.189	0.196	0.204	0.211	0.218	0.226	0.235	0.242	0.25	
0.11	0.128	0.135	0.14	0.147	0.153	0.16	0.166	0.172	0.179	0.185	0.192	0.199	0.206	0.213	0.22	0.227	0.235	0.243	0.251	0.258	
0.12	0.138	0.145	0.15	0.156	0.162	0.169	0.175	0.181	0.188	0.194	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.235	0.243	0.251	0.259	0.266	
0.13	0.148	0.155	0.16	0.166	0.172	0.178	0.184	0.19	0.197	0.203	0.209	0.216	0.223	0.229	0.236	0.243	0.25	0.258	0.266	0.273	
0.14	0.157	0.164	0.169	0.174	0.18	0.186	0.192	0.198	0.204	0.21	0.216	0.223	0.23	0.237	0.243	0.25	0.257	0.265	0.272	0.279	
0.15	0.167	0.173	0.178	0.183	0.189	0.195	0.2	0.206	0.212	0.218	0.224	0.231	0.237	0.244	0.25	0.257	0.264	0.271	0.278	0.285	
0.16	0.176	0.182	0.187	0.192	0.198	0.204	0.21	0.215	0.221	0.226	0.233	0.239	0.245	0.252	0.259	0.265	0.272	0.279	0.286	0.293	
0.17	0.186	0.192	0.197	0.202	0.207	0.213	0.218	0.223	0.229	0.235	0.241	0.247	0.254	0.26	0.266	0.272	0.279	0.286	0.293	0.3	
0.18	0.194	0.2	0.205	0.21	0.215	0.22	0.225	0.231	0.237	0.242	0.248	0.254	0.26	0.267	0.273	0.278	0.285	0.292	0.299	0.305	
0.19	0.204	0.214	0.224	0.23	0.234	0.24	0.244	0.248	0.254	0.259	0.265	0.271	0.277	0.283	0.288	0.294	0.3	0.307	0.314	0.32	
0.2	0.213	0.219	0.224	0.228	0.234	0.239	0.243	0.248	0.254	0.259	0.265	0.271	0.277	0.283	0.288	0.294	0.3	0.307	0.314	0.32	

Table C.22 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Gamma (3.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.018	0.025	0.032	0.038	0.046	0.052	0.06	0.067	0.075	0.082	0.091	0.1	0.109	0.117	0.125	0.133	0.142	0.152	0.16	0.168	0.175
0.02	0.032	0.038	0.044	0.051	0.058	0.064	0.072	0.079	0.087	0.094	0.103	0.112	0.12	0.128	0.136	0.144	0.153	0.163	0.171	0.179	0.186
0.03	0.043	0.049	0.056	0.063	0.069	0.075	0.083	0.09	0.097	0.105	0.114	0.122	0.13	0.139	0.146	0.154	0.164	0.173	0.181	0.189	0.197
0.04	0.057	0.062	0.067	0.075	0.082	0.088	0.095	0.102	0.109	0.116	0.125	0.134	0.142	0.15	0.165	0.175	0.184	0.192	0.202	0.21	0.219
0.05	0.068	0.074	0.081	0.087	0.093	0.099	0.106	0.113	0.12	0.127	0.136	0.144	0.153	0.16	0.168	0.175	0.185	0.194	0.202	0.21	0.219
0.06	0.081	0.087	0.093	0.098	0.105	0.111	0.118	0.125	0.132	0.139	0.147	0.156	0.164	0.171	0.179	0.186	0.195	0.205	0.214	0.221	0.229
0.07	0.092	0.098	0.104	0.11	0.117	0.122	0.129	0.136	0.142	0.149	0.157	0.166	0.174	0.181	0.188	0.196	0.205	0.214	0.221	0.229	0.238
0.08	0.104	0.109	0.115	0.121	0.128	0.133	0.14	0.147	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.191	0.198	0.206	0.215	0.224	0.231	0.24	0.249
0.09	0.115	0.121	0.127	0.133	0.139	0.145	0.151	0.158	0.164	0.171	0.179	0.187	0.195	0.202	0.209	0.216	0.225	0.234	0.241	0.25	0.258
0.1	0.127	0.132	0.138	0.144	0.15	0.156	0.162	0.169	0.175	0.182	0.19	0.198	0.205	0.212	0.219	0.227	0.235	0.244	0.251	0.259	0.267
0.11	0.138	0.144	0.15	0.155	0.162	0.167	0.173	0.18	0.186	0.193	0.2	0.208	0.216	0.223	0.23	0.245	0.254	0.261	0.269	0.276	0.284
0.12	0.149	0.154	0.16	0.166	0.172	0.177	0.183	0.19	0.196	0.202	0.21	0.217	0.225	0.231	0.238	0.245	0.252	0.26	0.269	0.276	0.284
0.13	0.159	0.163	0.169	0.175	0.181	0.186	0.192	0.198	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.239	0.245	0.252	0.26	0.268	0.276	0.284	0.292
0.14	0.168	0.173	0.179	0.184	0.19	0.195	0.201	0.207	0.213	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.253	0.26	0.268	0.276	0.282	0.29	0.298
0.15	0.179	0.183	0.189	0.194	0.2	0.205	0.211	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.249	0.255	0.261	0.268	0.276	0.284	0.291	0.297	0.304
0.16	0.188	0.193	0.198	0.203	0.209	0.214	0.219	0.225	0.231	0.237	0.243	0.25	0.253	0.26	0.268	0.275	0.283	0.291	0.297	0.304	0.311
0.17	0.199	0.203	0.208	0.214	0.219	0.224	0.229	0.235	0.241	0.246	0.253	0.26	0.267	0.273	0.279	0.285	0.291	0.298	0.306	0.311	0.318
0.18	0.208	0.212	0.217	0.222	0.228	0.233	0.238	0.243	0.248	0.254	0.261	0.267	0.273	0.279	0.285	0.291	0.298	0.306	0.314	0.32	0.328
0.19	0.218	0.222	0.227	0.232	0.237	0.242	0.247	0.253	0.258	0.263	0.27	0.276	0.282	0.288	0.293	0.299	0.306	0.314	0.32	0.322	0.334
0.2	0.228	0.232	0.238	0.242	0.247	0.252	0.257	0.262	0.267	0.273	0.279	0.285	0.291	0.297	0.303	0.308	0.315	0.322	0.328	0.334	0.341

Table C.23 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Gamma (4.0) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.02	0.027	0.033	0.04	0.047	0.054	0.062	0.07	0.078	0.086	0.094	0.102	0.11	0.119	0.127	0.134	0.143	0.153	0.162	0.17	
0.02	0.033	0.04	0.046	0.052	0.059	0.066	0.074	0.082	0.09	0.097	0.105	0.114	0.122	0.13	0.138	0.145	0.154	0.164	0.173	0.181	
0.03	0.046	0.052	0.058	0.064	0.071	0.078	0.086	0.094	0.101	0.108	0.116	0.125	0.133	0.141	0.149	0.156	0.165	0.175	0.183	0.191	
0.04	0.06	0.066	0.072	0.078	0.084	0.091	0.099	0.106	0.114	0.121	0.128	0.136	0.144	0.152	0.161	0.168	0.177	0.186	0.195	0.203	
0.05	0.073	0.079	0.085	0.092	0.098	0.104	0.111	0.118	0.126	0.133	0.14	0.148	0.156	0.164	0.172	0.179	0.188	0.197	0.206	0.214	
0.06	0.085	0.091	0.096	0.102	0.109	0.115	0.123	0.13	0.14	0.144	0.151	0.159	0.167	0.175	0.183	0.19	0.198	0.208	0.216	0.224	
0.07	0.097	0.103	0.109	0.114	0.121	0.128	0.135	0.142	0.149	0.156	0.163	0.171	0.179	0.186	0.194	0.201	0.209	0.219	0.227	0.235	
0.08	0.11	0.116	0.121	0.127	0.133	0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.175	0.183	0.19	0.198	0.206	0.213	0.221	0.23	0.238	0.246	
0.09	0.122	0.127	0.133	0.145	0.151	0.158	0.166	0.173	0.179	0.186	0.194	0.201	0.209	0.216	0.223	0.231	0.24	0.248	0.256	0.264	
0.1	0.134	0.139	0.145	0.15	0.156	0.163	0.17	0.177	0.184	0.19	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.234	0.242	0.251	0.259	0.266	
0.11	0.145	0.151	0.156	0.162	0.168	0.174	0.181	0.188	0.195	0.201	0.208	0.215	0.223	0.23	0.237	0.244	0.252	0.261	0.268	0.276	
0.12	0.156	0.161	0.166	0.172	0.178	0.184	0.191	0.198	0.204	0.21	0.216	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.268	0.276	0.284	
0.13	0.166	0.171	0.177	0.182	0.188	0.194	0.2	0.207	0.213	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.254	0.261	0.268	0.276	0.284	0.291	
0.14	0.177	0.182	0.187	0.192	0.197	0.203	0.209	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.284	0.292	0.298	
0.15	0.187	0.192	0.197	0.202	0.207	0.213	0.219	0.225	0.231	0.237	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.277	0.284	0.292	0.299	0.306	
0.16	0.197	0.202	0.207	0.211	0.217	0.222	0.228	0.235	0.24	0.246	0.252	0.259	0.266	0.272	0.279	0.285	0.292	0.3	0.307	0.313	
0.17	0.207	0.212	0.217	0.221	0.227	0.232	0.238	0.244	0.25	0.255	0.261	0.268	0.274	0.28	0.287	0.293	0.3	0.307	0.314	0.32	
0.18	0.217	0.221	0.226	0.231	0.236	0.241	0.247	0.253	0.258	0.264	0.27	0.276	0.282	0.288	0.295	0.301	0.308	0.315	0.322	0.328	
0.19	0.226	0.231	0.235	0.24	0.245	0.25	0.256	0.261	0.267	0.272	0.278	0.284	0.29	0.296	0.303	0.309	0.315	0.323	0.329	0.335	
0.2	0.236	0.24	0.246	0.249	0.254	0.259	0.264	0.27	0.276	0.281	0.286	0.293	0.299	0.305	0.311	0.316	0.323	0.33	0.337	0.342	

Table C.24 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Weibull (1,2) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.022	0.028	0.035	0.041	0.048	0.055	0.062	0.069	0.076	0.083	0.09	0.097	0.105	0.112	0.119	0.123	0.132	0.14	0.149	0.157	0.166
0.02	0.037	0.044	0.05	0.056	0.063	0.07	0.076	0.084	0.091	0.099	0.106	0.114	0.121	0.129	0.137	0.145	0.154	0.162	0.171	0.178	
0.03	0.052	0.058	0.064	0.07	0.076	0.084	0.09	0.097	0.105	0.112	0.119	0.127	0.134	0.142	0.15	0.158	0.167	0.175	0.183		
0.04	0.067	0.072	0.079	0.085	0.091	0.098	0.104	0.111	0.118	0.126	0.133	0.14	0.147	0.155	0.163	0.171	0.18	0.188	0.196	0.203	
0.05	0.08	0.086	0.092	0.098	0.104	0.111	0.117	0.124	0.131	0.138	0.145	0.153	0.16	0.168	0.175	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	
0.06	0.095	0.101	0.107	0.112	0.118	0.125	0.132	0.138	0.145	0.152	0.16	0.166	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	0.228	
0.07	0.108	0.114	0.12	0.125	0.131	0.138	0.144	0.151	0.158	0.165	0.172	0.179	0.186	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.24	
0.08	0.122	0.128	0.134	0.139	0.145	0.152	0.158	0.165	0.171	0.178	0.185	0.192	0.199	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.253	
0.09	0.136	0.141	0.147	0.153	0.158	0.165	0.171	0.178	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.227	0.235	0.242	0.251	0.258	0.265	
0.1	0.148	0.154	0.16	0.165	0.171	0.178	0.184	0.19	0.197	0.204	0.21	0.218	0.224	0.23	0.239	0.247	0.254	0.262	0.27	0.277	
0.11	0.161	0.166	0.172	0.177	0.183	0.189	0.196	0.202	0.209	0.216	0.222	0.229	0.235	0.243	0.25	0.258	0.265	0.273	0.28	0.287	
0.12	0.171	0.176	0.182	0.187	0.193	0.198	0.205	0.212	0.218	0.225	0.231	0.238	0.244	0.251	0.258	0.266	0.273	0.281	0.288	0.295	
0.13	0.181	0.186	0.192	0.197	0.202	0.208	0.214	0.22	0.227	0.233	0.24	0.246	0.253	0.26	0.266	0.274	0.281	0.289	0.296	0.302	
0.14	0.191	0.196	0.201	0.206	0.212	0.218	0.223	0.229	0.235	0.242	0.248	0.255	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.296	0.303	0.31	
0.15	0.201	0.206	0.211	0.216	0.221	0.227	0.233	0.239	0.245	0.251	0.257	0.264	0.27	0.276	0.283	0.29	0.297	0.304	0.311	0.317	
0.16	0.212	0.216	0.222	0.226	0.231	0.237	0.243	0.248	0.254	0.261	0.266	0.273	0.279	0.285	0.291	0.298	0.305	0.312	0.319	0.325	
0.17	0.222	0.227	0.232	0.237	0.242	0.247	0.253	0.259	0.264	0.27	0.276	0.282	0.288	0.294	0.3	0.307	0.314	0.321	0.327	0.333	
0.18	0.232	0.237	0.242	0.247	0.251	0.256	0.262	0.268	0.273	0.279	0.285	0.291	0.297	0.303	0.31	0.316	0.322	0.329	0.335	0.341	
0.19	0.243	0.247	0.252	0.256	0.262	0.267	0.272	0.278	0.283	0.289	0.3	0.306	0.312	0.318	0.325	0.331	0.337	0.344	0.351	0.357	
0.2	0.252	0.257	0.262	0.266	0.271	0.276	0.281	0.286	0.292	0.298	0.303	0.309	0.314	0.32	0.326	0.333	0.339	0.345	0.351	0.357	

Table C.25 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.0) Ha: Weibull (1,3) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.031	0.037	0.043	0.049	0.055	0.062	0.068	0.075	0.082	0.089	0.096	0.103	0.111	0.118	0.125	0.134	0.142	0.151	0.159	0.167	
0.02	0.056	0.061	0.068	0.074	0.081	0.086	0.091	0.099	0.105	0.112	0.119	0.126	0.133	0.141	0.148	0.156	0.164	0.172	0.18	0.188	
0.03	0.076	0.082	0.088	0.094	0.099	0.105	0.111	0.118	0.125	0.132	0.139	0.145	0.152	0.159	0.166	0.174	0.182	0.191	0.198	0.206	
0.04	0.097	0.103	0.109	0.114	0.12	0.126	0.132	0.139	0.145	0.152	0.159	0.165	0.172	0.179	0.186	0.194	0.202	0.21	0.218	0.225	
0.05	0.118	0.124	0.129	0.135	0.14	0.146	0.152	0.159	0.165	0.172	0.178	0.185	0.192	0.199	0.206	0.214	0.221	0.229	0.237	0.244	
0.06	0.138	0.143	0.149	0.154	0.16	0.165	0.171	0.178	0.184	0.191	0.197	0.204	0.211	0.217	0.224	0.232	0.24	0.255	0.263		
0.07	0.155	0.161	0.166	0.172	0.177	0.182	0.188	0.195	0.201	0.208	0.214	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.256	0.264	0.271	0.278	
0.08	0.173	0.178	0.183	0.189	0.194	0.199	0.205	0.211	0.218	0.224	0.231	0.237	0.244	0.251	0.257	0.265	0.272	0.28	0.287	0.295	
0.09	0.189	0.194	0.199	0.205	0.21	0.216	0.221	0.228	0.234	0.24	0.247	0.253	0.26	0.266	0.273	0.281	0.288	0.296	0.303	0.31	
0.1	0.205	0.21	0.215	0.22	0.226	0.231	0.237	0.243	0.249	0.256	0.262	0.268	0.275	0.281	0.288	0.295	0.302	0.31	0.317	0.324	
0.11	0.218	0.223	0.228	0.234	0.239	0.244	0.25	0.256	0.262	0.269	0.275	0.281	0.287	0.294	0.3	0.308	0.314	0.322	0.329	0.336	
0.12	0.232	0.236	0.242	0.247	0.252	0.257	0.262	0.269	0.275	0.281	0.287	0.293	0.299	0.306	0.312	0.319	0.326	0.333	0.34	0.347	
0.13	0.243	0.247	0.253	0.257	0.262	0.268	0.273	0.279	0.284	0.291	0.296	0.302	0.309	0.315	0.321	0.328	0.335	0.342	0.348	0.355	
0.14	0.253	0.258	0.263	0.268	0.272	0.278	0.282	0.288	0.294	0.3	0.306	0.312	0.318	0.324	0.33	0.337	0.343	0.35	0.357	0.363	
0.15	0.265	0.27	0.274	0.279	0.284	0.289	0.294	0.299	0.305	0.311	0.316	0.322	0.328	0.334	0.34	0.346	0.353	0.36	0.366	0.373	
0.16	0.277	0.281	0.286	0.291	0.295	0.3	0.305	0.31	0.316	0.321	0.327	0.333	0.338	0.344	0.351	0.356	0.36	0.369	0.376	0.382	
0.17	0.289	0.294	0.298	0.303	0.307	0.312	0.317	0.322	0.327	0.333	0.338	0.344	0.35	0.355	0.361	0.367	0.373	0.38	0.386	0.392	
0.18	0.3	0.305	0.309	0.314	0.318	0.322	0.327	0.332	0.338	0.343	0.348	0.353	0.359	0.364	0.369	0.376	0.382	0.388	0.394	0.401	
0.19	0.312	0.316	0.321	0.325	0.329	0.333	0.338	0.343	0.348	0.353	0.358	0.364	0.369	0.374	0.38	0.386	0.392	0.398	0.403	0.41	
0.2	0.323	0.327	0.332	0.336	0.34	0.344	0.349	0.353	0.358	0.364	0.369	0.374	0.379	0.384	0.39	0.395	0.398	0.401	0.407	0.412	

Table C.26 Sequential Test Power Ho: Gamma (1.5) Ha: Beta (1,1) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.038	0.05	0.06	0.07	0.081	0.09	0.1	0.111	0.119	0.126	0.133	0.141	0.149	0.157	0.166	0.176	0.186	0.194	0.203	0.212	0.221
0.02	0.056	0.068	0.078	0.088	0.098	0.108	0.117	0.128	0.137	0.147	0.157	0.164	0.174	0.182	0.192	0.202	0.21	0.219	0.227	0.237	0.246
0.03	0.074	0.085	0.096	0.105	0.115	0.125	0.134	0.144	0.154	0.164	0.174	0.183	0.193	0.202	0.211	0.22	0.224	0.234	0.243	0.253	
0.04	0.091	0.102	0.112	0.122	0.132	0.141	0.151	0.161	0.171	0.179	0.189	0.198	0.208	0.217	0.227	0.232	0.24	0.249	0.257	0.266	0.276
0.05	0.106	0.118	0.128	0.137	0.147	0.156	0.165	0.176	0.185	0.194	0.204	0.212	0.222	0.232	0.242	0.252	0.26	0.268	0.276	0.283	
0.06	0.122	0.133	0.143	0.152	0.162	0.171	0.18	0.19	0.199	0.209	0.218	0.227	0.237	0.246	0.256	0.266	0.271	0.278	0.289	0.297	
0.07	0.137	0.148	0.158	0.167	0.177	0.186	0.195	0.205	0.214	0.223	0.233	0.241	0.251	0.261	0.271	0.281	0.29	0.294	0.303	0.311	
0.08	0.151	0.162	0.172	0.181	0.191	0.202	0.21	0.22	0.237	0.247	0.256	0.264	0.273	0.281	0.29	0.298	0.307	0.316	0.324		
0.09	0.163	0.174	0.184	0.194	0.203	0.212	0.221	0.231	0.249	0.258	0.266	0.276	0.285	0.293	0.301	0.31	0.319	0.327	0.335		
0.1	0.177	0.188	0.198	0.207	0.216	0.226	0.234	0.244	0.253	0.262	0.271	0.281	0.29	0.306	0.314	0.322	0.331	0.34	0.347		
0.11	0.19	0.201	0.211	0.22	0.23	0.241	0.25	0.268	0.277	0.286	0.295	0.304	0.313	0.322	0.331	0.34	0.35	0.363	0.371		
0.12	0.202	0.212	0.222	0.231	0.241	0.25	0.264	0.272	0.282	0.29	0.298	0.309	0.317	0.326	0.335	0.343	0.351	0.36	0.376	0.383	
0.13	0.215	0.226	0.236	0.245	0.254	0.263	0.272	0.282	0.291	0.301	0.312	0.321	0.33	0.347	0.355	0.363	0.371	0.379	0.388	0.395	
0.14	0.228	0.239	0.248	0.258	0.267	0.276	0.284	0.294	0.303	0.313	0.321	0.33	0.347	0.355	0.363	0.371	0.379	0.388	0.395		
0.15	0.241	0.252	0.261	0.27	0.28	0.297	0.307	0.315	0.324	0.333	0.341	0.35	0.36	0.374	0.382	0.39	0.398	0.405			
0.16	0.255	0.265	0.275	0.284	0.293	0.302	0.31	0.32	0.328	0.337	0.345	0.353	0.362	0.37	0.377	0.386	0.393	0.401	0.409		
0.17	0.268	0.278	0.287	0.296	0.305	0.313	0.321	0.33	0.338	0.347	0.355	0.363	0.372	0.38	0.387	0.395	0.402	0.41	0.416		
0.18	0.281	0.298	0.307	0.316	0.324	0.331	0.34	0.348	0.357	0.365	0.372	0.381	0.389	0.396	0.403	0.411	0.418	0.426			
0.19	0.293	0.302	0.311	0.318	0.327	0.334	0.342	0.35	0.358	0.366	0.374	0.382	0.39	0.397	0.404	0.412	0.418	0.426	0.434		
0.2	0.306	0.314	0.322	0.331	0.338	0.346	0.353	0.362	0.369	0.377	0.385	0.392	0.4	0.407	0.412	0.428	0.435	0.443			

Table C.27 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Beta (2,2)

		Significance Levels (Ω -statistic)										Significance Levels (Ω -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
	0.01	0.029	0.037	0.045	0.053	0.061	0.069	0.077	0.086	0.094	0.103	0.112	0.119	0.128	0.137	0.145	0.154	0.163	0.172	0.18	0.188
	0.02	0.048	0.055	0.063	0.071	0.079	0.087	0.094	0.103	0.111	0.120	0.128	0.136	0.145	0.153	0.161	0.17	0.179	0.187	0.196	0.203
	0.03	0.067	0.074	0.082	0.09	0.098	0.105	0.112	0.120	0.129	0.137	0.146	0.153	0.162	0.17	0.178	0.187	0.195	0.204	0.212	0.22
	0.04	0.085	0.092	0.1	0.107	0.115	0.122	0.129	0.138	0.145	0.154	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203	0.211	0.22	0.228	0.235
	0.05	0.101	0.108	0.116	0.123	0.131	0.138	0.145	0.154	0.161	0.17	0.178	0.185	0.194	0.201	0.209	0.218	0.226	0.235	0.242	0.25
	0.06	0.117	0.124	0.131	0.139	0.147	0.154	0.161	0.169	0.176	0.185	0.193	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.241	0.249	0.257	0.264
	0.07	0.132	0.139	0.146	0.154	0.162	0.169	0.175	0.184	0.191	0.2	0.207	0.215	0.223	0.231	0.238	0.246	0.255	0.263	0.271	0.278
	0.08	0.147	0.154	0.162	0.169	0.177	0.184	0.19	0.199	0.206	0.214	0.222	0.229	0.237	0.245	0.252	0.261	0.269	0.277	0.285	0.292
	0.09	0.162	0.168	0.176	0.183	0.191	0.198	0.204	0.213	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251	0.259	0.266	0.274	0.283	0.291	0.298	0.305
	0.1	0.177	0.183	0.191	0.198	0.206	0.212	0.219	0.227	0.234	0.243	0.25	0.257	0.265	0.273	0.28	0.289	0.297	0.305	0.312	0.319
	0.11	0.191	0.197	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.248	0.256	0.264	0.271	0.279	0.287	0.294	0.302	0.311	0.318	0.325	0.332
	0.12	0.204	0.21	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.269	0.276	0.284	0.292	0.299	0.306	0.314	0.322	0.33	0.338	0.345
	0.13	0.216	0.222	0.23	0.237	0.244	0.251	0.257	0.265	0.273	0.281	0.288	0.295	0.303	0.311	0.318	0.326	0.334	0.342	0.349	0.356
	0.14	0.228	0.234	0.242	0.249	0.256	0.263	0.269	0.277	0.284	0.292	0.302	0.3	0.307	0.315	0.322	0.329	0.337	0.345	0.353	0.366
	0.15	0.241	0.247	0.255	0.262	0.269	0.276	0.282	0.29	0.297	0.305	0.312	0.319	0.327	0.334	0.341	0.349	0.357	0.364	0.371	0.378
	0.16	0.255	0.261	0.268	0.276	0.283	0.29	0.296	0.303	0.309	0.313	0.32	0.325	0.332	0.34	0.353	0.361	0.368	0.376	0.383	0.389
	0.17	0.266	0.272	0.279	0.285	0.292	0.299	0.305	0.312	0.319	0.327	0.334	0.341	0.348	0.355	0.362	0.369	0.376	0.384	0.39	0.397
	0.18	0.277	0.282	0.289	0.296	0.302	0.309	0.315	0.322	0.329	0.336	0.343	0.35	0.347	0.354	0.364	0.37	0.377	0.385	0.392	0.398
	0.19	0.287	0.292	0.299	0.305	0.312	0.318	0.324	0.331	0.337	0.345	0.351	0.358	0.365	0.372	0.378	0.385	0.393	0.399	0.406	0.412
	0.2	0.299	0.304	0.31	0.317	0.323	0.329	0.335	0.342	0.348	0.355	0.362	0.368	0.375	0.382	0.388	0.395	0.402	0.409	0.415	0.421

Table C.28 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Gamma (1.5)

		Significance Levels (Ω -statistic)										Significance Levels (Ω -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
	0.01	0.017	0.026	0.036	0.045	0.054	0.064	0.074	0.084	0.094	0.104	0.113	0.123	0.133	0.142	0.152	0.162	0.172	0.181	0.191	0.201
	0.02	0.028	0.036	0.045	0.054	0.063	0.072	0.081	0.09	0.099	0.109	0.118	0.128	0.138	0.147	0.157	0.167	0.177	0.186	0.196	0.205
	0.03	0.038	0.046	0.055	0.063	0.071	0.08	0.089	0.098	0.106	0.115	0.124	0.133	0.143	0.151	0.162	0.171	0.181	0.19	0.20	0.21
	0.04	0.048	0.056	0.064	0.072	0.081	0.089	0.097	0.106	0.114	0.122	0.131	0.14	0.149	0.157	0.167	0.176	0.186	0.195	0.204	0.214
	0.05	0.058	0.065	0.074	0.082	0.09	0.097	0.106	0.114	0.122	0.13	0.139	0.147	0.156	0.164	0.173	0.182	0.192	0.2	0.209	0.219
	0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.1	0.107	0.115	0.123	0.131	0.139	0.147	0.156	0.164	0.172	0.181	0.189	0.199	0.207	0.216	0.225
	0.07	0.078	0.085	0.093	0.101	0.109	0.116	0.124	0.132	0.139	0.147	0.156	0.163	0.171	0.179	0.188	0.196	0.205	0.213	0.222	0.23
	0.08	0.087	0.095	0.102	0.11	0.118	0.125	0.133	0.141	0.148	0.155	0.164	0.171	0.179	0.187	0.195	0.203	0.212	0.222	0.23	0.236
	0.09	0.096	0.104	0.112	0.119	0.126	0.134	0.141	0.149	0.156	0.164	0.172	0.179	0.187	0.194	0.203	0.21	0.219	0.227	0.235	0.243
	0.1	0.106	0.114	0.121	0.129	0.136	0.143	0.151	0.159	0.166	0.173	0.181	0.188	0.196	0.203	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243	0.251
	0.11	0.116	0.124	0.131	0.138	0.146	0.153	0.16	0.168	0.175	0.182	0.19	0.197	0.204	0.212	0.22	0.227	0.235	0.243	0.251	0.259
	0.12	0.127	0.134	0.141	0.148	0.156	0.163	0.17	0.178	0.185	0.192	0.199	0.206	0.214	0.221	0.229	0.236	0.244	0.251	0.259	0.267
	0.13	0.137	0.144	0.151	0.158	0.165	0.172	0.179	0.187	0.194	0.201	0.208	0.215	0.223	0.23	0.245	0.253	0.261	0.268	0.276	0.283
	0.14	0.147	0.154	0.161	0.168	0.175	0.182	0.189	0.197	0.203	0.21	0.217	0.224	0.232	0.239	0.246	0.253	0.261	0.269	0.276	0.283
	0.15	0.157	0.164	0.171	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.212	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.255	0.261	0.269	0.276	0.283	0.291
	0.16	0.167	0.174	0.181	0.188	0.194	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.236	0.242	0.249	0.256	0.263	0.27	0.277	0.284	0.291	0.298
	0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.259	0.266	0.273	0.28	0.285	0.292	0.299	0.305
	0.18	0.187	0.193	0.2	0.206	0.212	0.219	0.225	0.232	0.239	0.245	0.252	0.259	0.266	0.273	0.28	0.286	0.293	0.3	0.306	0.313
	0.19	0.196	0.203	0.209	0.215	0.221	0.227	0.234	0.241	0.247	0.253	0.26	0.266	0.273	0.28	0.288	0.294	0.3	0.307	0.314	0.321
	0.2	0.206	0.212	0.219	0.224	0.231	0.236	0.242	0.249	0.256	0.262	0.268	0.274	0.281	0.287	0.294	0.3	0.307	0.314	0.321	0.327

Table C.29 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Gamma (2.5) n = 5

		Significance Levels (Skewness)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.018	0.028	0.036	0.045	0.054	0.062	0.07	0.079	0.087	0.097	0.106	0.115	0.124	0.133	0.142	0.151	0.16	0.17	0.179	0.189	
0.02	0.028	0.037	0.044	0.053	0.061	0.069	0.077	0.084	0.093	0.103	0.112	0.121	0.13	0.138	0.147	0.155	0.163	0.172	0.175	0.184	0.194
0.03	0.037	0.047	0.054	0.063	0.07	0.078	0.085	0.094	0.101	0.11	0.119	0.128	0.137	0.145	0.154	0.163	0.172	0.181	0.19	0.19	0.2
0.04	0.047	0.056	0.063	0.072	0.079	0.087	0.094	0.103	0.109	0.118	0.127	0.135	0.144	0.152	0.16	0.17	0.178	0.187	0.196	0.206	0.214
0.05	0.059	0.067	0.074	0.083	0.09	0.097	0.105	0.113	0.119	0.128	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169	0.178	0.186	0.195	0.204	0.211	0.221
0.06	0.069	0.078	0.084	0.093	0.1	0.107	0.114	0.122	0.128	0.137	0.145	0.153	0.162	0.169	0.177	0.186	0.194	0.203	0.21	0.219	0.229
0.07	0.079	0.088	0.094	0.103	0.111	0.117	0.124	0.132	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.202	0.211	0.219	0.229	0.238
0.08	0.089	0.097	0.104	0.114	0.122	0.129	0.136	0.143	0.151	0.159	0.165	0.173	0.18	0.188	0.196	0.203	0.211	0.219	0.227	0.236	0.245
0.09	0.1	0.108	0.114	0.122	0.132	0.139	0.146	0.153	0.16	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.205	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.253
0.1	0.11	0.118	0.124	0.132	0.139	0.146	0.153	0.16	0.166	0.175	0.184	0.191	0.199	0.206	0.213	0.221	0.229	0.236	0.244	0.252	0.261
0.11	0.12	0.128	0.134	0.142	0.149	0.157	0.164	0.171	0.178	0.184	0.192	0.199	0.207	0.214	0.221	0.228	0.236	0.243	0.252	0.26	0.268
0.12	0.129	0.137	0.143	0.151	0.157	0.164	0.17	0.178	0.184	0.192	0.199	0.207	0.214	0.221	0.228	0.236	0.244	0.251	0.26	0.267	0.276
0.13	0.138	0.146	0.152	0.16	0.166	0.173	0.179	0.186	0.192	0.198	0.206	0.215	0.223	0.229	0.236	0.244	0.251	0.26	0.267	0.276	0.284
0.14	0.148	0.156	0.162	0.17	0.176	0.182	0.189	0.196	0.202	0.209	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.253	0.26	0.268	0.276	0.284	0.292
0.15	0.158	0.166	0.172	0.18	0.186	0.192	0.199	0.206	0.211	0.219	0.227	0.234	0.241	0.249	0.256	0.262	0.27	0.277	0.284	0.292	0.3
0.16	0.168	0.175	0.181	0.189	0.195	0.201	0.208	0.215	0.22	0.228	0.235	0.242	0.249	0.256	0.263	0.27	0.278	0.284	0.292	0.299	0.307
0.17	0.178	0.185	0.191	0.198	0.204	0.21	0.216	0.223	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.263	0.27	0.278	0.286	0.292	0.3	0.307	0.314
0.18	0.188	0.196	0.201	0.208	0.214	0.22	0.226	0.233	0.238	0.245	0.252	0.259	0.266	0.272	0.278	0.286	0.292	0.3	0.307	0.313	0.321
0.19	0.197	0.205	0.21	0.217	0.223	0.228	0.234	0.241	0.246	0.253	0.26	0.266	0.273	0.279	0.286	0.293	0.299	0.306	0.313	0.321	0.328
0.2	0.207	0.214	0.219	0.226	0.232	0.237	0.243	0.249	0.254	0.262	0.268	0.275	0.281	0.287	0.293	0.3	0.306	0.314	0.321	0.321	0.328

Table C.30 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Gamma (4.0) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.021	0.029	0.037	0.045	0.054	0.062	0.071	0.08	0.088	0.097	0.107	0.116	0.125	0.132	0.141	0.151	0.16	0.169	0.178	0.188	
0.02	0.031	0.038	0.046	0.054	0.062	0.071	0.079	0.087	0.095	0.104	0.114	0.122	0.132	0.139	0.148	0.157	0.166	0.175	0.184	0.194	
0.03	0.041	0.049	0.057	0.065	0.073	0.081	0.089	0.098	0.107	0.114	0.123	0.132	0.141	0.149	0.158	0.165	0.174	0.182	0.191	0.201	
0.04	0.053	0.06	0.067	0.075	0.082	0.091	0.098	0.107	0.114	0.123	0.132	0.141	0.149	0.156	0.165	0.174	0.182	0.191	0.2	0.209	
0.05	0.063	0.071	0.077	0.085	0.092	0.101	0.108	0.116	0.124	0.132	0.141	0.15	0.165	0.173	0.182	0.19	0.199	0.208	0.217	0.216	0.225
0.06	0.074	0.081	0.088	0.096	0.103	0.111	0.118	0.126	0.133	0.142	0.151	0.16	0.174	0.182	0.191	0.199	0.207	0.216	0.225	0.234	0.243
0.07	0.085	0.092	0.099	0.106	0.113	0.121	0.129	0.136	0.144	0.152	0.161	0.168	0.177	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.225	0.234	0.243
0.08	0.096	0.103	0.11	0.117	0.124	0.132	0.139	0.147	0.154	0.162	0.171	0.178	0.186	0.193	0.201	0.21	0.226	0.234	0.242	0.251	0.26
0.09	0.107	0.114	0.121	0.128	0.135	0.142	0.149	0.157	0.164	0.172	0.18	0.188	0.196	0.203	0.21	0.219	0.226	0.234	0.242	0.251	0.26
0.1	0.117	0.124	0.131	0.138	0.145	0.152	0.159	0.167	0.174	0.182	0.19	0.197	0.206	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.252	0.261	0.27
0.11	0.129	0.135	0.142	0.149	0.156	0.163	0.17	0.178	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.222	0.23	0.238	0.246	0.254	0.261	0.27	0.278
0.12	0.138	0.145	0.151	0.159	0.165	0.173	0.18	0.187	0.194	0.201	0.21	0.217	0.225	0.231	0.239	0.247	0.255	0.262	0.27	0.278	0.288
0.13	0.149	0.156	0.162	0.169	0.176	0.183	0.19	0.197	0.204	0.211	0.219	0.227	0.234	0.241	0.249	0.257	0.264	0.272	0.279	0.288	0.296
0.14	0.159	0.166	0.172	0.179	0.186	0.193	0.2	0.207	0.213	0.221	0.229	0.236	0.244	0.25	0.258	0.266	0.273	0.281	0.288	0.296	0.305
0.15	0.17	0.176	0.183	0.19	0.196	0.204	0.21	0.22	0.228	0.234	0.241	0.248	0.255	0.263	0.27	0.276	0.284	0.291	0.298	0.313	0.32
0.16	0.18	0.187	0.192	0.2	0.206	0.213	0.22	0.228	0.235	0.241	0.249	0.256	0.263	0.27	0.276	0.283	0.291	0.298	0.305	0.312	0.32
0.17	0.189	0.196	0.202	0.209	0.215	0.222	0.228	0.235	0.241	0.249	0.256	0.263	0.27	0.277	0.285	0.292	0.3	0.306	0.313	0.32	0.328
0.18	0.201	0.207	0.212	0.219	0.225	0.232	0.238	0.245	0.251	0.257	0.265	0.272	0.279	0.286	0.294	0.3	0.308	0.314	0.321	0.328	0.336
0.19	0.211	0.217	0.222	0.229	0.235	0.241	0.247	0.254	0.26	0.268	0.274	0.281	0.288	0.295	0.302	0.309	0.316	0.322	0.329	0.336	0.343
0.2	0.221	0.227	0.233	0.239	0.245	0.251	0.257	0.263	0.269	0.276	0.283	0.29	0.306	0.314	0.321	0.328	0.335	0.342	0.35	0.36	0.37

Table C.31 Sequential Test Power H_0 : Gamma (1.5) H_a : Lognormal (0,1) $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)									Significance Levels (\bar{Q} -statistic)										
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.028	0.038	0.047	0.058	0.068	0.079	0.09	0.102	0.114	0.125	0.138	0.149	0.16	0.171	0.181	0.192	0.204	0.214	0.224	0.234	
0.02	0.041	0.05	0.058	0.067	0.076	0.085	0.095	0.108	0.117	0.129	0.141	0.153	0.164	0.175	0.185	0.196	0.207	0.218	0.228	0.238	
0.03	0.054	0.062	0.078	0.086	0.094	0.106	0.112	0.122	0.133	0.145	0.156	0.167	0.178	0.188	0.199	0.207	0.218	0.221	0.231	0.241	
0.04	0.068	0.075	0.083	0.091	0.098	0.106	0.113	0.122	0.131	0.141	0.151	0.161	0.171	0.182	0.192	0.202	0.214	0.225	0.234	0.245	
0.05	0.082	0.089	0.096	0.103	0.11	0.117	0.124	0.133	0.141	0.15	0.159	0.169	0.178	0.188	0.196	0.207	0.219	0.229	0.239	0.249	
0.06	0.094	0.101	0.108	0.115	0.121	0.128	0.133	0.14	0.147	0.155	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203	0.21	0.219	0.234	0.253	
0.07	0.107	0.113	0.12	0.127	0.133	0.143	0.15	0.156	0.164	0.171	0.178	0.186	0.194	0.202	0.21	0.218	0.226	0.239	0.248	0.257	
0.08	0.117	0.124	0.13	0.137	0.143	0.15	0.156	0.164	0.172	0.18	0.188	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.235	0.244	0.253	0.262	
0.09	0.13	0.136	0.142	0.149	0.155	0.161	0.168	0.175	0.182	0.189	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.235	0.244	0.253	0.269	0.276	
0.1	0.142	0.148	0.154	0.16	0.166	0.172	0.178	0.186	0.193	0.199	0.207	0.214	0.221	0.229	0.236	0.244	0.253	0.26	0.268	0.276	
0.11	0.154	0.16	0.165	0.172	0.177	0.184	0.19	0.197	0.204	0.21	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.269	0.276	0.284	
0.12	0.164	0.17	0.175	0.181	0.187	0.193	0.199	0.206	0.213	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.253	0.261	0.269	0.276	0.283	0.291	
0.13	0.175	0.181	0.186	0.192	0.197	0.203	0.209	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.248	0.255	0.262	0.269	0.277	0.283	0.29	0.298	
0.14	0.185	0.191	0.196	0.202	0.207	0.213	0.218	0.225	0.231	0.237	0.244	0.251	0.257	0.264	0.27	0.277	0.284	0.291	0.297	0.304	
0.15	0.196	0.201	0.206	0.212	0.217	0.223	0.228	0.235	0.241	0.246	0.253	0.259	0.265	0.272	0.278	0.285	0.292	0.298	0.304	0.311	
0.16	0.205	0.211	0.216	0.221	0.226	0.232	0.237	0.242	0.247	0.253	0.259	0.264	0.271	0.277	0.282	0.289	0.294	0.305	0.311	0.318	
0.17	0.216	0.222	0.226	0.232	0.237	0.242	0.247	0.252	0.257	0.263	0.268	0.274	0.28	0.286	0.291	0.298	0.303	0.314	0.32	0.326	
0.18	0.227	0.232	0.236	0.242	0.247	0.252	0.257	0.262	0.267	0.272	0.278	0.283	0.289	0.295	0.3	0.306	0.312	0.322	0.328	0.334	
0.19	0.237	0.242	0.246	0.252	0.256	0.262	0.266	0.271	0.276	0.281	0.287	0.292	0.298	0.303	0.315	0.32	0.326	0.338	0.343	0.349	
0.2	0.247	0.252	0.256	0.261	0.266	0.271	0.276	0.281	0.287	0.292	0.298	0.303	0.309	0.315	0.32	0.326	0.338	0.343	0.349	0.349	

Table C.32 Sequential Test Power H_0 : Gamma (1.5) H_a : Lognormal (0,2) $n = 5$

		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)																			
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)									Significance Levels (\bar{Q} -statistic)										
		Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)			Significance Levels (\bar{Q} -statistic)				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.146	0.155	0.164	0.175	0.188	0.205	0.223	0.239	0.255	0.271	0.285	0.298	0.311	0.324	0.336	0.347	0.36	0.372	0.383	0.394	
0.02	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.221	0.231	0.242	0.256	0.272	0.286	0.299	0.312	0.325	0.337	0.348	0.361	0.373	0.383	0.394	
0.03	0.207	0.214	0.22	0.227	0.234	0.242	0.249	0.257	0.266	0.276	0.287	0.297	0.313	0.326	0.338	0.349	0.362	0.373	0.384	0.395	
0.04	0.229	0.236	0.242	0.249	0.255	0.262	0.269	0.275	0.282	0.29	0.298	0.307	0.316	0.327	0.339	0.35	0.363	0.374	0.385	0.396	
0.05	0.25	0.256	0.262	0.268	0.274	0.281	0.289	0.293	0.299	0.306	0.312	0.32	0.332	0.342	0.352	0.364	0.375	0.386	0.397	0.406	
0.06	0.268	0.274	0.28	0.286	0.291	0.298	0.304	0.309	0.315	0.321	0.327	0.334	0.346	0.354	0.364	0.375	0.386	0.397	0.406	0.415	
0.07	0.284	0.29	0.295	0.301	0.307	0.313	0.319	0.324	0.33	0.335	0.341	0.347	0.352	0.358	0.364	0.371	0.38	0.395	0.401	0.408	
0.08	0.298	0.304	0.309	0.315	0.32	0.326	0.332	0.337	0.343	0.348	0.353	0.36	0.365	0.371	0.375	0.38	0.386	0.398	0.403	0.41	
0.09	0.311	0.317	0.322	0.328	0.333	0.339	0.345	0.35	0.36	0.365	0.371	0.375	0.38	0.386	0.391	0.395	0.404	0.415	0.421	0.427	
0.1	0.326	0.331	0.337	0.342	0.347	0.353	0.359	0.364	0.369	0.374	0.379	0.384	0.388	0.393	0.399	0.404	0.414	0.425	0.431	0.436	
0.12	0.338	0.343	0.349	0.354	0.359	0.365	0.37	0.375	0.38	0.385	0.39	0.395	0.404	0.41	0.414	0.42	0.425	0.431	0.436	0.44	
0.13	0.349	0.354	0.359	0.365	0.37	0.376	0.381	0.386	0.391	0.396	0.4	0.405	0.409	0.414	0.419	0.424	0.429	0.434	0.439	0.444	
0.14	0.361	0.366	0.371	0.376	0.382	0.387	0.392	0.397	0.402	0.406	0.411	0.416	0.42	0.424	0.429	0.433	0.438	0.443	0.449	0.454	
0.15	0.371	0.376	0.381	0.386	0.391	0.397	0.402	0.407	0.411	0.416	0.42	0.425	0.43	0.438	0.443	0.447	0.451	0.456	0.461	0.466	
0.16	0.392	0.397	0.402	0.407	0.412	0.417	0.422	0.427	0.431	0.436	0.441	0.446	0.451	0.456	0.461	0.466	0.47	0.475	0.479	0.483	
0.17	0.402	0.407	0.411	0.416	0.421	0.426	0.431	0.436	0.44	0.444	0.448	0.453	0.457	0.461	0.465	0.469	0.474	0.478	0.483	0.488	
0.18	0.411	0.416	0.421	0.426	0.431	0.436	0.441	0.446	0.451	0.456	0.461	0.466	0.471	0.476	0.482	0.486	0.491	0.496	0.504	0.511	
0.19	0.421	0.425	0.43	0.435	0.44	0.444	0.449	0.453	0.459	0.464	0.468	0.472	0.476	0.481	0.486	0.49	0.499	0.504	0.511	0.511	
0.2	0.429	0.434	0.438	0.443	0.447	0.452	0.457	0.461	0.466	0.471	0.476	0.481	0.486	0.491	0.496	0.501	0.507	0.511	0.511	0.511	

Table C.33 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Normal (0,1) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.068	0.071	0.074	0.078	0.082	0.086	0.09	0.094	0.103	0.111	0.12
0.02	0.121	0.124	0.127	0.131	0.135	0.139	0.143	0.147	0.152	0.163	0.17
0.03	0.169	0.172	0.175	0.178	0.182	0.186	0.19	0.194	0.199	0.204	0.21
0.04	0.205	0.208	0.211	0.214	0.218	0.222	0.226	0.23	0.234	0.239	0.245
0.05	0.242	0.245	0.248	0.249	0.253	0.256	0.26	0.265	0.269	0.274	0.279
0.06	0.263	0.266	0.269	0.273	0.276	0.278	0.284	0.288	0.293	0.299	0.304
0.07	0.278	0.28	0.283	0.286	0.289	0.293	0.301	0.304	0.309	0.314	0.324
0.08	0.295	0.298	0.3	0.304	0.307	0.31	0.314	0.317	0.321	0.325	0.335
0.09	0.314	0.316	0.319	0.322	0.325	0.328	0.335	0.339	0.343	0.347	0.355
0.1	0.332	0.335	0.338	0.341	0.344	0.347	0.35	0.354	0.358	0.362	0.367
0.11	0.347	0.349	0.351	0.354	0.357	0.36	0.363	0.367	0.37	0.374	0.378
0.12	0.362	0.365	0.367	0.37	0.372	0.375	0.378	0.382	0.385	0.389	0.393
0.13	0.378	0.38	0.382	0.385	0.388	0.391	0.394	0.397	0.4	0.403	0.407
0.14	0.392	0.394	0.396	0.399	0.402	0.404	0.407	0.41	0.413	0.417	0.42
0.15	0.408	0.41	0.412	0.415	0.417	0.42	0.422	0.425	0.428	0.431	0.435
0.16	0.422	0.424	0.426	0.429	0.431	0.434	0.437	0.439	0.442	0.445	0.449
0.17	0.437	0.439	0.441	0.444	0.446	0.448	0.451	0.453	0.456	0.459	0.463
0.18	0.452	0.452	0.454	0.457	0.459	0.461	0.464	0.466	0.468	0.472	0.476
0.19	0.464	0.466	0.468	0.47	0.472	0.474	0.477	0.479	0.482	0.485	0.488
0.2	0.477	0.479	0.481	0.483	0.485	0.488	0.489	0.492	0.495	0.498	0.501

Table C.34 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Uniform (10,15) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.041	0.05	0.059	0.067	0.076	0.085	0.094	0.103	0.112	0.122	0.131
0.02	0.069	0.077	0.086	0.094	0.103	0.111	0.12	0.128	0.138	0.148	0.156
0.03	0.09	0.098	0.106	0.115	0.123	0.132	0.141	0.149	0.158	0.168	0.177
0.04	0.11	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152	0.161	0.169	0.178	0.188	0.196
0.05	0.129	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.179	0.188	0.197	0.206	0.215
0.06	0.148	0.157	0.164	0.172	0.181	0.189	0.198	0.205	0.214	0.225	0.233
0.07	0.165	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.214	0.223	0.231	0.241	0.251
0.08	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	0.23	0.238	0.247	0.256	0.267
0.09	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.247	0.255	0.264	0.273	0.282
0.1	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.254	0.263	0.271	0.279	0.289	0.297
0.11	0.229	0.238	0.245	0.253	0.262	0.27	0.278	0.286	0.295	0.304	0.312
0.12	0.245	0.253	0.261	0.268	0.276	0.284	0.292	0.301	0.309	0.317	0.325
0.13	0.259	0.266	0.273	0.281	0.288	0.296	0.304	0.312	0.32	0.329	0.337
0.14	0.273	0.28	0.287	0.294	0.301	0.308	0.316	0.323	0.33	0.339	0.347
0.15	0.287	0.294	0.3	0.307	0.314	0.321	0.328	0.335	0.343	0.351	0.359
0.16	0.3	0.307	0.314	0.32	0.327	0.333	0.341	0.347	0.354	0.362	0.37
0.17	0.314	0.321	0.327	0.333	0.34	0.346	0.353	0.36	0.367	0.374	0.382
0.18	0.326	0.333	0.339	0.345	0.351	0.357	0.364	0.371	0.377	0.385	0.392
0.19	0.339	0.345	0.351	0.357	0.363	0.369	0.376	0.382	0.389	0.396	0.403
0.2	0.351	0.357	0.363	0.369	0.375	0.38	0.387	0.393	0.399	0.406	0.412

Table C.35 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Weibull (1,2) n = 5

	Significance Levels (α -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.021	0.029	0.037	0.045	0.053	0.061	0.068	0.076	0.085	0.094
0.02	0.033	0.041	0.049	0.057	0.064	0.072	0.08	0.088	0.096	0.104
0.03	0.044	0.052	0.059	0.067	0.074	0.082	0.089	0.098	0.105	0.113
0.04	0.056	0.063	0.071	0.078	0.086	0.093	0.1	0.109	0.116	0.124
0.05	0.067	0.075	0.082	0.089	0.097	0.104	0.111	0.119	0.126	0.134
0.06	0.078	0.085	0.093	0.1	0.107	0.114	0.121	0.129	0.137	0.144
0.07	0.089	0.097	0.104	0.111	0.119	0.125	0.132	0.14	0.147	0.155
0.08	0.102	0.109	0.116	0.123	0.13	0.137	0.144	0.152	0.159	0.167
0.09	0.113	0.12	0.127	0.134	0.141	0.148	0.154	0.162	0.169	0.177
0.1	0.123	0.13	0.137	0.144	0.151	0.158	0.165	0.172	0.179	0.187
0.11	0.135	0.142	0.149	0.156	0.163	0.17	0.176	0.184	0.191	0.198
0.12	0.147	0.154	0.161	0.168	0.174	0.181	0.187	0.195	0.202	0.209
0.13	0.157	0.164	0.171	0.178	0.185	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219
0.14	0.168	0.174	0.181	0.188	0.195	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229
0.15	0.179	0.185	0.192	0.199	0.206	0.212	0.218	0.226	0.232	0.24
0.16	0.189	0.196	0.202	0.209	0.216	0.222	0.228	0.235	0.242	0.249
0.17	0.198	0.205	0.211	0.218	0.224	0.231	0.236	0.243	0.25	0.256
0.18	0.208	0.214	0.22	0.227	0.233	0.239	0.245	0.252	0.258	0.265
0.19	0.217	0.224	0.23	0.236	0.242	0.248	0.254	0.26	0.266	0.273
0.2	0.227	0.233	0.239	0.245	0.251	0.257	0.262	0.269	0.275	0.282

Table C.36 Sequential Test Power

Ho: Gamma (1.5) Ha: Weibull (1,3) n = 5

	Significance Levels (α -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.029	0.036	0.044	0.052	0.058	0.066	0.073	0.082	0.089	0.097
0.02	0.045	0.052	0.06	0.067	0.074	0.081	0.088	0.096	0.104	0.111
0.03	0.062	0.069	0.076	0.083	0.09	0.096	0.104	0.112	0.119	0.127
0.04	0.078	0.085	0.092	0.099	0.105	0.112	0.119	0.127	0.134	0.142
0.05	0.094	0.101	0.108	0.115	0.121	0.128	0.135	0.143	0.149	0.157
0.06	0.109	0.116	0.123	0.13	0.136	0.142	0.149	0.157	0.164	0.172
0.07	0.126	0.132	0.139	0.146	0.152	0.158	0.165	0.173	0.179	0.187
0.08	0.141	0.147	0.154	0.161	0.166	0.173	0.18	0.187	0.194	0.201
0.09	0.155	0.161	0.168	0.175	0.18	0.187	0.194	0.201	0.207	0.215
0.1	0.168	0.174	0.181	0.188	0.193	0.2	0.206	0.214	0.222	0.227
0.11	0.181	0.187	0.194	0.2	0.206	0.212	0.219	0.226	0.233	0.24
0.12	0.194	0.2	0.207	0.213	0.219	0.225	0.232	0.239	0.246	0.252
0.13	0.205	0.211	0.218	0.224	0.23	0.236	0.242	0.248	0.256	0.263
0.14	0.218	0.224	0.23	0.237	0.242	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276
0.15	0.229	0.235	0.242	0.248	0.253	0.26	0.266	0.273	0.28	0.289
0.16	0.241	0.247	0.253	0.259	0.265	0.271	0.277	0.284	0.291	0.298
0.17	0.251	0.256	0.263	0.269	0.274	0.281	0.287	0.293	0.301	0.307
0.18	0.261	0.267	0.273	0.278	0.284	0.296	0.302	0.308	0.314	0.321
0.19	0.271	0.276	0.282	0.288	0.293	0.305	0.311	0.317	0.324	0.331
0.2	0.282	0.288	0.293	0.299	0.304	0.311	0.316	0.322	0.327	0.334

Table C.37 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Beta (1.1)

	Significance Levels (\mathcal{Q} -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
0.01	0.093	0.045	0.056	0.067	0.078	0.086	0.099	0.11	0.121	0.131
0.02	0.049	0.061	0.072	0.083	0.093	0.103	0.114	0.125	0.135	0.145
0.03	0.064	0.076	0.086	0.097	0.107	0.117	0.127	0.138	0.148	0.158
0.04	0.079	0.091	0.101	0.111	0.122	0.131	0.142	0.152	0.162	0.172
0.05	0.092	0.104	0.114	0.124	0.135	0.144	0.155	0.165	0.175	0.184
0.06	0.106	0.117	0.127	0.137	0.148	0.157	0.168	0.178	0.188	0.197
0.07	0.118	0.129	0.139	0.149	0.160	0.170	0.180	0.190	0.200	0.210
0.08	0.13	0.142	0.151	0.162	0.172	0.181	0.191	0.201	0.211	0.221
0.09	0.143	0.154	0.164	0.174	0.184	0.194	0.204	0.214	0.223	0.232
0.1	0.155	0.166	0.176	0.186	0.196	0.205	0.215	0.225	0.235	0.244
0.11	0.168	0.177	0.187	0.197	0.207	0.217	0.227	0.236	0.246	0.255
0.12	0.178	0.189	0.199	0.209	0.219	0.228	0.238	0.247	0.256	0.265
0.13	0.189	0.2	0.209	0.229	0.239	0.248	0.258	0.268	0.276	0.285
0.14	0.201	0.212	0.221	0.231	0.241	0.25	0.267	0.279	0.293	0.301
0.15	0.211	0.222	0.232	0.241	0.251	0.26	0.279	0.297	0.305	0.313
0.16	0.223	0.234	0.244	0.254	0.263	0.273	0.282	0.292	0.301	0.31
0.17	0.235	0.246	0.256	0.266	0.276	0.284	0.294	0.303	0.313	0.321
0.18	0.246	0.257	0.266	0.276	0.286	0.295	0.305	0.314	0.323	0.332
0.19	0.258	0.269	0.279	0.288	0.298	0.307	0.316	0.326	0.335	0.343
0.2	0.27	0.281	0.29	0.3	0.309	0.318	0.328	0.337	0.346	0.354

Table C.38 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Beta (2,2)

	Significance Levels (\mathcal{Q} -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
0.01	0.093	0.041	0.05	0.058	0.067	0.076	0.085	0.095	0.103	0.112
0.02	0.048	0.056	0.065	0.073	0.081	0.09	0.098	0.109	0.116	0.134
0.03	0.065	0.063	0.071	0.079	0.088	0.096	0.104	0.113	0.122	0.139
0.04	0.072	0.079	0.087	0.095	0.104	0.111	0.12	0.129	0.138	0.145
0.05	0.086	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.142	0.151	0.158
0.06	0.099	0.106	0.114	0.122	0.13	0.138	0.146	0.155	0.163	0.171
0.07	0.112	0.119	0.127	0.135	0.143	0.15	0.159	0.167	0.176	0.183
0.08	0.125	0.132	0.14	0.148	0.156	0.163	0.171	0.18	0.188	0.195
0.09	0.138	0.145	0.153	0.161	0.169	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209
0.1	0.151	0.158	0.165	0.173	0.181	0.188	0.196	0.205	0.213	0.221
0.11	0.163	0.17	0.177	0.185	0.193	0.2	0.208	0.216	0.224	0.233
0.12	0.176	0.183	0.19	0.198	0.206	0.213	0.221	0.229	0.237	0.245
0.13	0.188	0.195	0.203	0.21	0.218	0.225	0.233	0.241	0.249	0.258
0.14	0.2	0.207	0.214	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253	0.261	0.27
0.15	0.212	0.218	0.226	0.233	0.241	0.248	0.256	0.264	0.272	0.281
0.16	0.223	0.229	0.237	0.244	0.252	0.259	0.266	0.274	0.281	0.29
0.17	0.233	0.24	0.247	0.255	0.262	0.269	0.277	0.285	0.293	0.301
0.18	0.245	0.251	0.259	0.266	0.274	0.281	0.288	0.295	0.303	0.311
0.19	0.257	0.263	0.27	0.278	0.285	0.292	0.3	0.308	0.315	0.324
0.2	0.269	0.275	0.282	0.289	0.297	0.304	0.311	0.319	0.327	0.335

Table C.39 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Gamma (0.5) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)										Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.017	0.024	0.031	0.039	0.046	0.055	0.064	0.072	0.08	0.088	0.097	0.105	0.113	0.122	0.13	0.138	0.148	0.158	0.166	0.175%	
0.02	0.028	0.035	0.042	0.049	0.056	0.064	0.073	0.081	0.089	0.097	0.105	0.114	0.122	0.13	0.138	0.146	0.156	0.165	0.174	0.182%	
0.03	0.038	0.045	0.052	0.059	0.065	0.073	0.082	0.089	0.097	0.105	0.113	0.121	0.13	0.138	0.146	0.154	0.164	0.173	0.181	0.190%	
0.04	0.048	0.055	0.062	0.068	0.075	0.082	0.089	0.097	0.105	0.114	0.122	0.13	0.138	0.146	0.154	0.162	0.172	0.181	0.189	0.198%	
0.05	0.058	0.065	0.072	0.078	0.085	0.093	0.101	0.108	0.116	0.123	0.131	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.18	0.189	0.198	0.206%	
0.06	0.069	0.076	0.082	0.089	0.095	0.103	0.111	0.118	0.125	0.132	0.14	0.147	0.155	0.163	0.171	0.178	0.188	0.197	0.205	0.214%	
0.07	0.08	0.087	0.093	0.1	0.106	0.113	0.121	0.128	0.135	0.142	0.149	0.157	0.165	0.172	0.18	0.187	0.197	0.205	0.213	0.222%	
0.08	0.09	0.097	0.103	0.109	0.116	0.123	0.131	0.138	0.145	0.152	0.159	0.166	0.174	0.181	0.189	0.196	0.205	0.214	0.222	0.230%	
0.09	0.101	0.108	0.114	0.12	0.126	0.133	0.141	0.148	0.155	0.161	0.168	0.175	0.183	0.19	0.198	0.205	0.214	0.222	0.23	0.238%	
0.1	0.112	0.119	0.125	0.131	0.137	0.144	0.152	0.158	0.165	0.172	0.179	0.186	0.193	0.2	0.207	0.214	0.224	0.239	0.247	0.247%	
0.11	0.123	0.129	0.135	0.141	0.147	0.154	0.162	0.168	0.175	0.182	0.188	0.195	0.203	0.209	0.216	0.223	0.232	0.24	0.247	0.255%	
0.12	0.133	0.139	0.145	0.151	0.157	0.164	0.171	0.177	0.184	0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.224	0.231	0.24	0.247	0.255	0.262%	
0.13	0.143	0.149	0.155	0.16	0.166	0.173	0.179	0.186	0.192	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.232	0.238	0.247	0.254	0.262	0.268%	
0.14	0.152	0.158	0.164	0.169	0.175	0.181	0.187	0.194	0.2	0.206	0.212	0.219	0.226	0.233	0.239	0.245	0.254	0.261	0.268	0.275%	
0.15	0.162	0.168	0.173	0.179	0.184	0.19	0.196	0.203	0.209	0.214	0.221	0.227	0.234	0.24	0.247	0.253	0.261	0.268	0.275	0.282%	
0.16	0.171	0.177	0.182	0.187	0.192	0.198	0.204	0.21	0.216	0.222	0.228	0.234	0.241	0.247	0.254	0.26	0.268	0.275	0.282	0.288%	
0.17	0.181	0.186	0.192	0.197	0.202	0.208	0.213	0.219	0.225	0.231	0.237	0.243	0.25	0.255	0.261	0.267	0.273	0.281	0.288	0.295%	
0.18	0.189	0.194	0.2	0.204	0.209	0.215	0.221	0.226	0.232	0.237	0.243	0.249	0.255	0.261	0.267	0.273	0.281	0.288	0.294	0.300%	
0.19	0.198	0.203	0.209	0.213	0.218	0.224	0.229	0.235	0.24	0.246	0.251	0.257	0.263	0.269	0.275	0.281	0.288	0.295	0.301	0.307%	
0.2	0.208	0.213	0.218	0.222	0.227	0.232	0.238	0.243	0.249	0.254	0.26	0.265	0.271	0.277	0.283	0.288	0.296	0.302	0.308	0.314%	

Table C.40 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Gamma (2.0) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)										Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.019	0.028	0.038	0.047	0.056	0.066	0.076	0.085	0.095	0.104	0.114	0.124	0.133	0.144	0.154	0.163	0.173	0.182	0.192	0.201	
0.02	0.029	0.038	0.046	0.054	0.063	0.073	0.082	0.091	0.101	0.11	0.119	0.129	0.138	0.148	0.158	0.168	0.177	0.186	0.196	0.205	
0.03	0.038	0.047	0.056	0.064	0.073	0.082	0.091	0.099	0.108	0.116	0.125	0.134	0.143	0.153	0.162	0.172	0.181	0.19	0.20	0.209%	
0.04	0.049	0.057	0.065	0.073	0.082	0.091	0.099	0.107	0.116	0.124	0.133	0.141	0.15	0.169	0.177	0.186	0.195	0.205	0.213	0.213%	
0.05	0.059	0.067	0.075	0.083	0.091	0.099	0.108	0.116	0.124	0.132	0.141	0.149	0.157	0.166	0.175	0.184	0.192	0.201	0.21	0.219%	
0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.165	0.173	0.182	0.191	0.198	0.206	0.215	0.223%	
0.07	0.078	0.086	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.165	0.173	0.182	0.191	0.198	0.206	0.214	0.223	0.231%	
0.08	0.088	0.096	0.103	0.111	0.119	0.127	0.135	0.142	0.15	0.158	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.206	0.214	0.223	0.231	0.239%	
0.09	0.098	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.143	0.151	0.159	0.166	0.174	0.182	0.19	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246%	
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.137	0.145	0.153	0.16	0.168	0.175	0.183	0.191	0.198	0.207	0.215	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253%	
0.11	0.117	0.125	0.132	0.139	0.147	0.154	0.162	0.169	0.177	0.184	0.192	0.199	0.207	0.215	0.223	0.23	0.238	0.245	0.253	0.261%	
0.12	0.127	0.135	0.142	0.149	0.157	0.164	0.171	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.216	0.224	0.231	0.239	0.246	0.254	0.261	0.269%	
0.13	0.136	0.144	0.151	0.158	0.165	0.173	0.181	0.189	0.196	0.203	0.21	0.218	0.225	0.232	0.24	0.247	0.255	0.262	0.269	0.276%	
0.14	0.145	0.153	0.16	0.167	0.174	0.181	0.189	0.196	0.203	0.21	0.218	0.225	0.232	0.24	0.247	0.255	0.262	0.269	0.277	0.284%	
0.15	0.156	0.163	0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.206	0.213	0.22	0.227	0.234	0.241	0.249	0.257	0.264	0.271	0.278	0.285	0.293%	
0.16	0.165	0.172	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.236	0.243	0.25	0.258	0.265	0.272	0.279	0.286	0.294	0.301%	
0.17	0.176	0.183	0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.267	0.274	0.281	0.288	0.295	0.302	0.308%	
0.18	0.185	0.193	0.199	0.206	0.213	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.297	0.304	0.311	0.318%	
0.19	0.195	0.202	0.209	0.216	0.223	0.23	0.236	0.243	0.25	0.257	0.264	0.27	0.277	0.284	0.291	0.298	0.304	0.31	0.318	0.325%	
0.2	0.205	0.212	0.219	0.226	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.266	0.273	0.279	0.285	0.293	0.3	0.306	0.313	0.319	0.326	0.333%	

Table C.41 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Gamma (2.5) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.018	0.028	0.036	0.046	0.054	0.063	0.073	0.081	0.091	0.11	0.12
0.02	0.027	0.037	0.046	0.054	0.062	0.071	0.08	0.087	0.097	0.106	0.115
0.03	0.037	0.046	0.054	0.063	0.07	0.079	0.087	0.095	0.104	0.113	0.125
0.04	0.046	0.055	0.063	0.072	0.079	0.087	0.096	0.103	0.112	0.121	0.131
0.05	0.056	0.065	0.073	0.081	0.089	0.096	0.105	0.112	0.12	0.129	0.138
0.06	0.066	0.075	0.083	0.091	0.098	0.106	0.114	0.121	0.129	0.137	0.146
0.07	0.076	0.084	0.092	0.1	0.107	0.115	0.123	0.13	0.138	0.145	0.154
0.08	0.086	0.094	0.101	0.109	0.116	0.124	0.132	0.138	0.146	0.154	0.162
0.09	0.095	0.103	0.111	0.119	0.125	0.133	0.141	0.147	0.155	0.163	0.171
0.1	0.105	0.113	0.122	0.128	0.135	0.142	0.15	0.156	0.164	0.172	0.179
0.11	0.115	0.123	0.13	0.138	0.145	0.152	0.159	0.166	0.174	0.181	0.188
0.12	0.125	0.133	0.14	0.148	0.155	0.162	0.169	0.175	0.183	0.191	0.198
0.13	0.134	0.142	0.149	0.157	0.163	0.173	0.18	0.184	0.191	0.199	0.206
0.14	0.144	0.152	0.159	0.166	0.173	0.18	0.187	0.193	0.201	0.208	0.215
0.15	0.154	0.161	0.168	0.176	0.182	0.189	0.196	0.202	0.209	0.217	0.224
0.16	0.163	0.171	0.178	0.185	0.192	0.198	0.206	0.212	0.219	0.226	0.233
0.17	0.173	0.181	0.186	0.195	0.201	0.208	0.215	0.221	0.228	0.235	0.242
0.18	0.183	0.19	0.197	0.204	0.21	0.217	0.224	0.237	0.244	0.251	0.258
0.19	0.193	0.2	0.207	0.214	0.22	0.227	0.234	0.24	0.247	0.254	0.261
0.2	0.203	0.211	0.217	0.224	0.23	0.237	0.243	0.249	0.256	0.263	0.27

Table C.42 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Gamma (4.0) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.019	0.028	0.036	0.045	0.054	0.063	0.073	0.082	0.091	0.11	0.12
0.02	0.03	0.038	0.045	0.054	0.062	0.071	0.081	0.089	0.098	0.107	0.117
0.03	0.038	0.046	0.054	0.062	0.07	0.079	0.086	0.096	0.105	0.114	0.124
0.04	0.048	0.056	0.063	0.071	0.079	0.088	0.097	0.105	0.113	0.122	0.132
0.05	0.058	0.066	0.073	0.081	0.089	0.097	0.106	0.114	0.122	0.131	0.14
0.06	0.068	0.076	0.082	0.09	0.098	0.106	0.113	0.121	0.13	0.14	0.148
0.07	0.078	0.086	0.092	0.1	0.098	0.116	0.124	0.131	0.14	0.148	0.157
0.08	0.089	0.096	0.103	0.11	0.118	0.126	0.134	0.141	0.15	0.167	0.175
0.09	0.099	0.106	0.113	0.12	0.128	0.136	0.144	0.151	0.159	0.167	0.175
0.1	0.109	0.116	0.123	0.13	0.137	0.143	0.154	0.161	0.168	0.176	0.184
0.11	0.118	0.126	0.132	0.139	0.147	0.155	0.163	0.17	0.178	0.185	0.193
0.12	0.129	0.136	0.142	0.15	0.157	0.165	0.173	0.181	0.187	0.195	0.204
0.13	0.139	0.146	0.152	0.16	0.167	0.175	0.183	0.19	0.198	0.204	0.213
0.14	0.149	0.156	0.162	0.17	0.177	0.184	0.192	0.207	0.214	0.222	0.23
0.15	0.159	0.166	0.172	0.18	0.187	0.194	0.202	0.209	0.216	0.224	0.231
0.16	0.17	0.177	0.183	0.19	0.197	0.205	0.212	0.219	0.226	0.234	0.241
0.17	0.18	0.187	0.193	0.2	0.207	0.214	0.222	0.228	0.236	0.243	0.251
0.18	0.19	0.197	0.203	0.21	0.216	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.26
0.19	0.199	0.206	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.247	0.254	0.261	0.268
0.2	0.209	0.216	0.222	0.229	0.236	0.243	0.25	0.263	0.27	0.278	0.285

Table C.43 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Lognormal (0,1) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.048	0.059	0.069	0.079	0.089	0.099	0.113	0.126	0.14	0.153	0.166
0.02	0.073	0.082	0.091	0.1	0.109	0.117	0.128	0.138	0.149	0.159	0.171
0.03	0.098	0.098	0.107	0.115	0.123	0.131	0.141	0.15	0.16	0.169	0.179
0.04	0.106	0.115	0.123	0.13	0.138	0.146	0.155	0.163	0.173	0.181	0.199
0.05	0.123	0.131	0.139	0.146	0.153	0.161	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203
0.06	0.137	0.145	0.153	0.16	0.167	0.174	0.183	0.19	0.199	0.207	0.215
0.07	0.158	0.158	0.165	0.172	0.179	0.186	0.195	0.202	0.21	0.218	0.226
0.08	0.163	0.171	0.179	0.185	0.192	0.199	0.207	0.214	0.222	0.229	0.237
0.09	0.176	0.184	0.191	0.198	0.205	0.211	0.219	0.226	0.234	0.241	0.249
0.1	0.189	0.197	0.204	0.211	0.217	0.224	0.231	0.238	0.246	0.253	0.26
0.11	0.201	0.209	0.216	0.222	0.229	0.235	0.243	0.25	0.257	0.263	0.271
0.12	0.213	0.221	0.228	0.234	0.241	0.247	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282
0.13	0.224	0.231	0.238	0.245	0.251	0.257	0.265	0.271	0.278	0.285	0.292
0.14	0.236	0.243	0.25	0.256	0.263	0.269	0.276	0.282	0.289	0.296	0.303
0.15	0.247	0.254	0.261	0.267	0.273	0.279	0.286	0.293	0.3	0.306	0.313
0.16	0.257	0.264	0.271	0.277	0.284	0.289	0.296	0.303	0.31	0.316	0.323
0.17	0.267	0.274	0.281	0.288	0.293	0.299	0.306	0.312	0.319	0.326	0.333
0.18	0.278	0.285	0.292	0.298	0.304	0.31	0.317	0.323	0.33	0.343	0.35
0.19	0.288	0.294	0.301	0.307	0.314	0.319	0.326	0.332	0.339	0.345	0.352
0.2	0.298	0.305	0.311	0.317	0.323	0.329	0.336	0.342	0.348	0.354	0.361

Table C.44 Sequential Test Power Ho: Gamma (2.0) Ha: Lognormal (0,2) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.207	0.216	0.225	0.234	0.243	0.252	0.263	0.275	0.29	0.305	0.32
0.02	0.255	0.263	0.271	0.279	0.286	0.293	0.3	0.308	0.316	0.332	0.341
0.03	0.284	0.291	0.299	0.306	0.313	0.326	0.332	0.339	0.345	0.351	0.359
0.04	0.309	0.316	0.323	0.33	0.337	0.343	0.349	0.355	0.361	0.37	0.385
0.05	0.331	0.338	0.345	0.352	0.358	0.364	0.37	0.375	0.382	0.387	0.397
0.06	0.349	0.356	0.363	0.37	0.376	0.381	0.387	0.393	0.403	0.408	0.415
0.07	0.364	0.371	0.378	0.385	0.391	0.396	0.402	0.407	0.413	0.423	0.43
0.08	0.379	0.386	0.393	0.4	0.405	0.411	0.417	0.422	0.427	0.432	0.437
0.09	0.393	0.4	0.406	0.413	0.419	0.424	0.43	0.435	0.44	0.446	0.454
0.1	0.406	0.413	0.42	0.426	0.432	0.437	0.443	0.448	0.453	0.462	0.467
0.11	0.417	0.424	0.43	0.437	0.443	0.448	0.453	0.458	0.463	0.472	0.477
0.12	0.427	0.434	0.441	0.447	0.453	0.458	0.464	0.469	0.474	0.481	0.488
0.13	0.437	0.444	0.451	0.457	0.463	0.468	0.474	0.479	0.483	0.489	0.493
0.14	0.448	0.454	0.461	0.467	0.473	0.478	0.484	0.489	0.494	0.499	0.504
0.15	0.457	0.464	0.47	0.477	0.483	0.488	0.493	0.498	0.503	0.507	0.512
0.16	0.467	0.473	0.48	0.486	0.492	0.497	0.502	0.507	0.512	0.516	0.521
0.17	0.476	0.483	0.489	0.495	0.501	0.506	0.511	0.516	0.521	0.525	0.53
0.18	0.484	0.491	0.497	0.504	0.509	0.514	0.52	0.524	0.53	0.537	0.543
0.19	0.493	0.5	0.506	0.513	0.518	0.523	0.529	0.533	0.542	0.551	0.559
0.2	0.501	0.508	0.514	0.521	0.526	0.531	0.536	0.541	0.546	0.554	0.563

Table C.45 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Uniform (10,15) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)														
		Significance Levels (Q-statistic)														
		Significance Levels (Q-statistic)														
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.034	0.046	0.057	0.068	0.078	0.088	0.099	0.11	0.121	0.131	0.142	0.152	0.162	0.173	0.183	0.193
0.02	0.051	0.063	0.073	0.084	0.094	0.104	0.114	0.125	0.136	0.146	0.156	0.166	0.176	0.186	0.196	0.206
0.03	0.066	0.078	0.088	0.099	0.109	0.118	0.129	0.139	0.15	0.16	0.17	0.18	0.189	0.2	0.21	0.219
0.04	0.082	0.094	0.104	0.115	0.124	0.134	0.144	0.155	0.166	0.175	0.185	0.194	0.204	0.214	0.224	0.233
0.05	0.094	0.106	0.116	0.127	0.136	0.145	0.156	0.166	0.177	0.186	0.196	0.205	0.215	0.225	0.234	0.244
0.06	0.107	0.119	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.178	0.189	0.198	0.208	0.217	0.227	0.237	0.246	0.255
0.07	0.119	0.13	0.14	0.15	0.16	0.169	0.179	0.189	0.2	0.209	0.219	0.228	0.238	0.247	0.257	0.266
0.08	0.131	0.142	0.152	0.163	0.172	0.181	0.191	0.202	0.212	0.221	0.231	0.24	0.249	0.259	0.268	0.277
0.09	0.143	0.154	0.164	0.175	0.184	0.193	0.203	0.213	0.224	0.232	0.243	0.251	0.261	0.27	0.279	0.289
0.1	0.155	0.166	0.176	0.187	0.196	0.205	0.215	0.225	0.235	0.244	0.253	0.263	0.272	0.281	0.291	0.3
0.11	0.168	0.179	0.189	0.199	0.208	0.217	0.227	0.237	0.247	0.256	0.266	0.275	0.284	0.293	0.302	0.312
0.12	0.179	0.19	0.2	0.21	0.219	0.229	0.238	0.248	0.258	0.267	0.277	0.285	0.295	0.304	0.313	0.322
0.13	0.189	0.2	0.21	0.22	0.229	0.238	0.248	0.258	0.268	0.277	0.287	0.295	0.304	0.314	0.323	0.332
0.14	0.2	0.211	0.221	0.231	0.24	0.249	0.259	0.269	0.279	0.288	0.297	0.306	0.315	0.324	0.333	0.342
0.15	0.211	0.222	0.232	0.242	0.251	0.26	0.269	0.279	0.289	0.298	0.308	0.316	0.325	0.334	0.343	0.352
0.16	0.223	0.234	0.244	0.254	0.263	0.272	0.281	0.291	0.301	0.31	0.319	0.328	0.337	0.346	0.355	0.364
0.17	0.234	0.245	0.255	0.265	0.274	0.284	0.293	0.302	0.312	0.321	0.331	0.341	0.351	0.361	0.371	0.381
0.18	0.245	0.256	0.266	0.276	0.285	0.294	0.303	0.313	0.323	0.331	0.341	0.351	0.361	0.371	0.381	0.391
0.19	0.257	0.268	0.278	0.288	0.297	0.306	0.315	0.324	0.334	0.343	0.352	0.36	0.369	0.378	0.386	0.394
0.2	0.269	0.28	0.299	0.308	0.316	0.325	0.335	0.345	0.353	0.362	0.37	0.378	0.387	0.395	0.403	0.411

Table C.46 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Weibull (1,2) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)														
		Significance Levels (Q-statistic)														
		Significance Levels (Q-statistic)														
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.019	0.028	0.037	0.045	0.054	0.064	0.073	0.083	0.092	0.102	0.111	0.12	0.13	0.139	0.149	0.157
0.02	0.03	0.038	0.047	0.055	0.064	0.073	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.127	0.137	0.146	0.155	0.163
0.03	0.04	0.048	0.056	0.065	0.074	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.126	0.135	0.144	0.153	0.162	0.17
0.04	0.05	0.058	0.067	0.074	0.083	0.092	0.101	0.109	0.117	0.126	0.134	0.143	0.152	0.161	0.17	0.177
0.05	0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.101	0.109	0.118	0.127	0.135	0.143	0.151	0.16	0.169	0.178	0.186
0.06	0.07	0.086	0.096	0.102	0.11	0.118	0.127	0.135	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.183	0.193	0.201
0.07	0.079	0.086	0.095	0.102	0.11	0.118	0.127	0.135	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201
0.08	0.088	0.095	0.104	0.111	0.119	0.127	0.135	0.144	0.152	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201	0.209
0.09	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.144	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201	0.209	0.216
0.1	0.106	0.114	0.122	0.129	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.192	0.201	0.209	0.217	0.224
0.11	0.115	0.122	0.131	0.138	0.145	0.153	0.161	0.17	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.232
0.12	0.126	0.133	0.141	0.148	0.156	0.164	0.172	0.18	0.187	0.195	0.203	0.21	0.219	0.227	0.235	0.242
0.13	0.135	0.142	0.15	0.157	0.165	0.172	0.18	0.188	0.196	0.204	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243	0.25
0.14	0.144	0.151	0.159	0.166	0.174	0.181	0.189	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.236	0.244	0.252	0.26
0.15	0.154	0.161	0.169	0.176	0.184	0.191	0.199	0.207	0.214	0.222	0.229	0.237	0.245	0.253	0.261	0.269
0.16	0.164	0.171	0.178	0.185	0.193	0.2	0.208	0.216	0.223	0.231	0.238	0.245	0.254	0.262	0.269	0.276
0.17	0.174	0.181	0.189	0.196	0.203	0.21	0.218	0.226	0.233	0.24	0.247	0.255	0.263	0.271	0.279	0.285
0.18	0.183	0.19	0.198	0.205	0.212	0.219	0.227	0.234	0.242	0.249	0.256	0.264	0.272	0.28	0.287	0.294
0.19	0.193	0.2	0.208	0.214	0.222	0.229	0.236	0.244	0.251	0.258	0.265	0.273	0.281	0.286	0.293	0.301
0.2	0.203	0.21	0.218	0.224	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.296	0.303	0.311

Table C.47 Sequential Test Power

Ho: Gamma (2.0) Ha: Weibull (1,3) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (γ -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.022	0.03	0.039	0.047	0.057	0.066	0.074	0.083	0.092	0.101	0.11
0.02	0.035	0.043	0.051	0.059	0.069	0.077	0.085	0.094	0.103	0.112	0.121
0.03	0.047	0.055	0.063	0.071	0.08	0.089	0.096	0.105	0.114	0.123	0.131
0.04	0.06	0.067	0.075	0.083	0.092	0.101	0.108	0.117	0.125	0.134	0.142
0.05	0.071	0.079	0.086	0.094	0.103	0.111	0.119	0.128	0.136	0.144	0.152
0.06	0.083	0.091	0.098	0.106	0.115	0.123	0.13	0.139	0.147	0.155	0.163
0.07	0.095	0.102	0.111	0.117	0.126	0.134	0.141	0.158	0.166	0.174	0.181
0.08	0.107	0.114	0.121	0.129	0.137	0.145	0.152	0.161	0.169	0.177	0.185
0.09	0.118	0.125	0.133	0.14	0.148	0.156	0.163	0.172	0.18	0.187	0.195
0.1	0.129	0.136	0.143	0.151	0.159	0.167	0.177	0.183	0.19	0.198	0.206
0.11	0.139	0.146	0.154	0.161	0.169	0.177	0.184	0.193	0.202	0.21	0.217
0.12	0.151	0.158	0.166	0.173	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.22	0.225
0.13	0.161	0.168	0.176	0.183	0.191	0.199	0.206	0.214	0.221	0.23	0.235
0.14	0.172	0.179	0.186	0.193	0.202	0.209	0.216	0.224	0.232	0.24	0.244
0.15	0.184	0.191	0.198	0.205	0.213	0.221	0.227	0.235	0.242	0.25	0.257
0.16	0.194	0.201	0.208	0.215	0.223	0.231	0.237	0.246	0.253	0.26	0.267
0.17	0.204	0.211	0.218	0.225	0.233	0.241	0.247	0.255	0.262	0.27	0.276
0.18	0.214	0.221	0.228	0.235	0.243	0.251	0.257	0.265	0.272	0.279	0.284
0.19	0.225	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.295
0.2	0.236	0.243	0.25	0.256	0.264	0.272	0.278	0.286	0.293	0.301	0.307

Table C.48 Sequential Test Power Ho: Gamma (3.5) Ha: Beta (2,2) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)									
		Significance Levels (β -statistic)									
		Significance Levels (γ -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.032	0.044	0.057	0.068	0.079	0.09	0.102	0.113	0.123	0.135	0.145
0.02	0.046	0.058	0.07	0.081	0.092	0.103	0.114	0.125	0.135	0.146	0.156
0.03	0.06	0.072	0.084	0.094	0.105	0.116	0.127	0.138	0.148	0.158	0.168
0.04	0.073	0.084	0.096	0.106	0.117	0.128	0.139	0.149	0.159	0.17	0.179
0.05	0.085	0.096	0.108	0.118	0.129	0.139	0.15	0.161	0.17	0.181	0.19
0.06	0.096	0.108	0.12	0.132	0.142	0.152	0.162	0.172	0.181	0.192	0.201
0.07	0.109	0.12	0.13	0.142	0.152	0.162	0.172	0.183	0.193	0.203	0.212
0.08	0.119	0.13	0.142	0.152	0.162	0.172	0.183	0.193	0.203	0.213	0.223
0.09	0.13	0.142	0.153	0.163	0.174	0.184	0.194	0.205	0.214	0.224	0.233
0.1	0.141	0.152	0.163	0.173	0.184	0.193	0.204	0.214	0.223	0.234	0.242
0.11	0.151	0.162	0.174	0.184	0.194	0.204	0.214	0.224	0.234	0.244	0.253
0.12	0.162	0.173	0.185	0.195	0.205	0.215	0.225	0.235	0.244	0.254	0.262
0.13	0.172	0.183	0.194	0.204	0.214	0.224	0.234	0.244	0.253	0.263	0.272
0.14	0.181	0.192	0.204	0.213	0.224	0.233	0.243	0.252	0.262	0.272	0.281
0.15	0.193	0.204	0.215	0.225	0.235	0.245	0.255	0.264	0.274	0.284	0.293
0.16	0.202	0.213	0.225	0.234	0.245	0.254	0.264	0.274	0.283	0.293	0.302
0.17	0.213	0.224	0.235	0.245	0.255	0.264	0.274	0.284	0.293	0.303	0.312
0.18	0.223	0.233	0.245	0.254	0.264	0.274	0.284	0.294	0.303	0.313	0.321
0.19	0.234	0.246	0.259	0.266	0.276	0.285	0.295	0.305	0.314	0.324	0.331
0.2	0.245	0.256	0.264	0.272	0.278	0.286	0.293	0.303	0.313	0.321	0.329

Table C.49 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Beta (2,2)

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (β -statistic)										
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
		0.01	0.023	0.032	0.041	0.05	0.059	0.068	0.078	0.087	0.097	0.106	0.115	0.124	0.133	0.142	0.151	0.16	0.17	0.179	0.189	
		0.02	0.037	0.045	0.054	0.063	0.072	0.081	0.09	0.099	0.108	0.117	0.126	0.134	0.143	0.152	0.162	0.17	0.18	0.189	0.199	
		0.03	0.05	0.059	0.068	0.076	0.085	0.094	0.102	0.112	0.12	0.129	0.138	0.146	0.155	0.164	0.173	0.181	0.191	0.199	0.207	
		0.04	0.063	0.071	0.08	0.089	0.097	0.106	0.114	0.123	0.132	0.141	0.149	0.157	0.166	0.175	0.184	0.192	0.201	0.219	0.227	
		0.05	0.076	0.084	0.093	0.102	0.11	0.118	0.127	0.136	0.144	0.153	0.161	0.169	0.178	0.186	0.195	0.204	0.213	0.221	0.238	
		0.06	0.088	0.096	0.105	0.113	0.121	0.13	0.138	0.147	0.155	0.164	0.172	0.18	0.189	0.197	0.206	0.214	0.223	0.231	0.248	
		0.07	0.1	0.108	0.117	0.125	0.134	0.142	0.15	0.159	0.167	0.176	0.184	0.192	0.208	0.217	0.226	0.234	0.242	0.251	0.259	
		0.08	0.111	0.119	0.127	0.135	0.144	0.152	0.16	0.169	0.177	0.186	0.194	0.201	0.21	0.218	0.227	0.235	0.243	0.252	0.261	
		0.09	0.122	0.13	0.139	0.147	0.155	0.163	0.171	0.18	0.188	0.196	0.205	0.212	0.221	0.229	0.238	0.246	0.254	0.262	0.271	
		0.1	0.133	0.141	0.149	0.157	0.165	0.173	0.181	0.19	0.198	0.206	0.215	0.222	0.231	0.238	0.247	0.255	0.263	0.271	0.287	
		0.11	0.144	0.152	0.16	0.168	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209	0.217	0.225	0.232	0.241	0.249	0.257	0.265	0.274	0.281	0.297	
		0.12	0.156	0.164	0.172	0.18	0.188	0.196	0.204	0.212	0.221	0.229	0.237	0.244	0.253	0.262	0.269	0.277	0.285	0.293	0.301	
		0.13	0.167	0.174	0.182	0.19	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.254	0.263	0.271	0.278	0.286	0.294	0.302	0.311	
		0.14	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.215	0.223	0.232	0.24	0.248	0.256	0.263	0.271	0.279	0.288	0.295	0.303	0.311	0.32	0.326
		0.15	0.189	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.235	0.244	0.252	0.26	0.268	0.275	0.283	0.291	0.299	0.307	0.315	0.323	0.331	0.338
		0.16	0.2	0.207	0.216	0.223	0.231	0.239	0.246	0.255	0.263	0.271	0.278	0.285	0.294	0.301	0.31	0.318	0.325	0.333	0.342	0.348
		0.17	0.211	0.218	0.226	0.234	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	0.281	0.289	0.296	0.304	0.312	0.32	0.328	0.336	0.343	0.352	0.358
		0.18	0.221	0.229	0.237	0.244	0.252	0.259	0.267	0.275	0.283	0.291	0.299	0.306	0.314	0.322	0.33	0.338	0.345	0.353	0.361	0.368
		0.19	0.231	0.239	0.247	0.254	0.262	0.269	0.277	0.285	0.293	0.301	0.309	0.316	0.324	0.331	0.34	0.347	0.355	0.362	0.37	0.377
		0.2	0.242	0.249	0.257	0.265	0.272	0.28	0.286	0.294	0.304	0.311	0.319	0.326	0.334	0.342	0.35	0.357	0.365	0.372	0.38	0.387

Table C.50 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (2.5)

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (β -statistic)										
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.184	0.194	0.204	
		0.02	0.03	0.039	0.049	0.058	0.066	0.075	0.084	0.092	0.102	0.111	0.121	0.13	0.139	0.148	0.158	0.167	0.177	0.187	0.198	0.207
		0.03	0.041	0.05	0.049	0.058	0.068	0.075	0.084	0.093	0.101	0.11	0.118	0.128	0.136	0.145	0.154	0.163	0.171	0.181	0.191	0.202
		0.04	0.051	0.059	0.068	0.077	0.085	0.093	0.102	0.109	0.118	0.127	0.135	0.144	0.153	0.161	0.17	0.178	0.187	0.197	0.207	0.216
		0.05	0.06	0.068	0.077	0.085	0.093	0.101	0.11	0.117	0.125	0.134	0.143	0.151	0.159	0.167	0.176	0.184	0.193	0.203	0.212	0.221
		0.06	0.069	0.078	0.086	0.095	0.102	0.111	0.119	0.127	0.134	0.142	0.151	0.159	0.167	0.175	0.184	0.191	0.199	0.208	0.217	0.226
		0.07	0.079	0.087	0.096	0.104	0.111	0.119	0.127	0.134	0.142	0.151	0.16	0.168	0.175	0.183	0.191	0.199	0.207	0.215	0.224	0.233
		0.08	0.089	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.143	0.151	0.16	0.168	0.177	0.184	0.192	0.2	0.208	0.215	0.224	0.233	0.241
		0.09	0.099	0.107	0.115	0.123	0.13	0.138	0.146	0.152	0.16	0.169	0.177	0.185	0.192	0.2	0.207	0.216	0.223	0.231	0.24	0.248
		0.1	0.108	0.116	0.124	0.132	0.139	0.147	0.154	0.161	0.169	0.177	0.185	0.192	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.248	0.256
		0.11	0.118	0.126	0.134	0.142	0.148	0.156	0.163	0.17	0.178	0.186	0.194	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.248	0.256	0.264
		0.12	0.129	0.136	0.144	0.152	0.161	0.168	0.175	0.183	0.191	0.197	0.205	0.212	0.219	0.227	0.234	0.242	0.249	0.257	0.265	0.273
		0.13	0.138	0.146	0.154	0.161	0.168	0.175	0.183	0.191	0.198	0.206	0.214	0.221	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.265	0.273	0.28
		0.14	0.148	0.156	0.163	0.171	0.178	0.185	0.192	0.199	0.206	0.214	0.221	0.229	0.237	0.245	0.253	0.261	0.269	0.277	0.285	0.293
		0.15	0.159	0.166	0.174	0.182	0.188	0.195	0.202	0.209	0.216	0.224	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.267	0.275	0.283	0.291	0.298
		0.16	0.169	0.176	0.184	0.191	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.241	0.247	0.255	0.261	0.269	0.276	0.283	0.291	0.299	0.306
		0.17	0.178	0.186	0.193	0.201	0.207	0.214	0.221	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.291	0.299	0.308	0.315
		0.18	0.188	0.195	0.203	0.21	0.216	0.223	0.23	0.236	0.243	0.251	0.259	0.265	0.272	0.279	0.286	0.293	0.3	0.308	0.316	0.323
		0.19	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.233	0.239	0.245	0.253	0.26	0.268	0.274	0.281	0.288	0.295	0.302	0.309	0.317	0.324	0.331
		0.2	0.207	0.214	0.222	0.229	0.235	0.242	0.249	0.256	0.262	0.269	0.277	0.283	0.291	0.297	0.304	0.31	0.318	0.325	0.333	0.34

Table C.51 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (3.0) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.019	0.028	0.037	0.047	0.056	0.065	0.075	0.084	0.094	0.104	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.163	0.173	0.182	0.193	0.203	
0.02	0.029	0.037	0.046	0.055	0.064	0.073	0.082	0.091	0.1	0.11	0.119	0.128	0.138	0.147	0.157	0.167	0.177	0.186	0.196	0.206	
0.03	0.039	0.047	0.055	0.064	0.072	0.081	0.09	0.099	0.108	0.117	0.126	0.135	0.144	0.153	0.163	0.172	0.181	0.19	0.2	0.21	
0.04	0.049	0.056	0.065	0.073	0.082	0.09	0.099	0.107	0.116	0.125	0.133	0.142	0.151	0.16	0.169	0.178	0.187	0.196	0.206	0.216	
0.05	0.058	0.066	0.074	0.082	0.09	0.098	0.107	0.115	0.124	0.133	0.141	0.15	0.158	0.167	0.176	0.184	0.193	0.202	0.212	0.221	
0.06	0.068	0.075	0.083	0.092	0.1	0.108	0.117	0.124	0.133	0.141	0.15	0.158	0.167	0.175	0.184	0.192	0.201	0.209	0.218	0.228	
0.07	0.079	0.086	0.094	0.102	0.11	0.118	0.126	0.134	0.142	0.151	0.159	0.167	0.175	0.183	0.192	0.2	0.209	0.217	0.226	0.235	
0.08	0.088	0.096	0.104	0.112	0.12	0.127	0.136	0.143	0.151	0.16	0.167	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.217	0.225	0.233	0.242	
0.09	0.099	0.106	0.114	0.122	0.13	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.242	0.25	
0.1	0.109	0.116	0.124	0.132	0.139	0.147	0.155	0.162	0.17	0.178	0.186	0.193	0.202	0.209	0.218	0.225	0.233	0.241	0.25	0.258	
0.11	0.119	0.126	0.134	0.141	0.149	0.156	0.164	0.172	0.179	0.187	0.195	0.202	0.21	0.218	0.226	0.234	0.242	0.249	0.258	0.266	
0.12	0.128	0.136	0.143	0.151	0.158	0.165	0.173	0.181	0.188	0.196	0.203	0.211	0.219	0.227	0.235	0.242	0.25	0.258	0.266	0.274	
0.13	0.138	0.145	0.153	0.16	0.168	0.175	0.183	0.19	0.197	0.205	0.212	0.22	0.228	0.235	0.243	0.25	0.259	0.266	0.274	0.282	
0.14	0.148	0.155	0.163	0.17	0.177	0.185	0.192	0.199	0.207	0.215	0.222	0.229	0.237	0.245	0.253	0.26	0.268	0.275	0.283	0.291	
0.15	0.158	0.165	0.172	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.215	0.223	0.23	0.238	0.245	0.253	0.261	0.268	0.276	0.283	0.291	0.299	
0.16	0.168	0.175	0.182	0.189	0.196	0.203	0.211	0.218	0.225	0.233	0.24	0.247	0.255	0.262	0.27	0.277	0.285	0.292	0.3	0.307	
0.17	0.178	0.184	0.191	0.199	0.206	0.213	0.22	0.227	0.234	0.244	0.251	0.256	0.264	0.271	0.276	0.286	0.293	0.3	0.308	0.316	
0.18	0.188	0.194	0.201	0.209	0.216	0.222	0.23	0.237	0.244	0.251	0.258	0.265	0.273	0.28	0.288	0.295	0.302	0.309	0.317	0.324	
0.19	0.197	0.204	0.21	0.218	0.225	0.231	0.239	0.246	0.253	0.26	0.267	0.274	0.281	0.289	0.296	0.303	0.31	0.317	0.325	0.333	
0.2	0.207	0.213	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.298	0.305	0.312	0.319	0.326	0.333	0.341	

Table C.52 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (4.0) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.029	0.039	0.047	0.056	0.065	0.075	0.084	0.094	0.104	0.113	0.123	0.133	0.143	0.153	0.163	0.173	0.182	0.192	0.201		
0.02	0.03	0.039	0.047	0.056	0.064	0.073	0.082	0.091	0.101	0.11	0.121	0.131	0.141	0.151	0.162	0.172	0.182	0.192	0.201		
0.03	0.039	0.048	0.056	0.065	0.074	0.083	0.091	0.1	0.109	0.119	0.128	0.136	0.144	0.153	0.163	0.171	0.18	0.19	0.201		
0.04	0.049	0.057	0.065	0.074	0.082	0.091	0.1	0.108	0.117	0.126	0.135	0.144	0.152	0.161	0.17	0.18	0.197	0.207	0.215		
0.05	0.059	0.067	0.075	0.083	0.091	0.1	0.108	0.116	0.125	0.134	0.143	0.151	0.16	0.177	0.185	0.193	0.203	0.213	0.221		
0.06	0.069	0.076	0.085	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.134	0.142	0.151	0.159	0.169	0.176	0.185	0.193	0.201	0.21	0.22	0.228	
0.07	0.076	0.084	0.093	0.101	0.109	0.117	0.125	0.134	0.142	0.151	0.159	0.167	0.175	0.183	0.192	0.2	0.207	0.217	0.226	0.234	
0.08	0.087	0.095	0.103	0.111	0.119	0.127	0.135	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209	0.217	0.224	0.234	0.242	
0.09	0.098	0.105	0.113	0.121	0.129	0.137	0.145	0.152	0.161	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.224	0.233	0.242	0.25	
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.138	0.146	0.154	0.161	0.169	0.178	0.186	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.232	0.241	0.25	0.257	
0.11	0.117	0.124	0.132	0.139	0.147	0.155	0.163	0.171	0.178	0.187	0.194	0.202	0.209	0.217	0.225	0.233	0.24	0.248	0.257	0.265	
0.12	0.128	0.135	0.143	0.15	0.158	0.166	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.235	0.243	0.25	0.258	0.267	0.275	
0.13	0.137	0.145	0.152	0.159	0.167	0.175	0.182	0.19	0.197	0.205	0.213	0.22	0.228	0.235	0.243	0.25	0.257	0.266	0.275	0.282	
0.14	0.147	0.154	0.162	0.169	0.177	0.184	0.191	0.199	0.206	0.215	0.222	0.229	0.237	0.244	0.252	0.259	0.266	0.274	0.283	0.29	
0.15	0.157	0.164	0.171	0.179	0.186	0.194	0.201	0.208	0.216	0.224	0.231	0.239	0.246	0.253	0.261	0.268	0.275	0.283	0.292	0.299	
0.16	0.167	0.174	0.182	0.189	0.196	0.204	0.211	0.218	0.225	0.234	0.241	0.248	0.255	0.262	0.27	0.277	0.284	0.292	0.301	0.308	
0.17	0.174	0.184	0.191	0.198	0.206	0.213	0.22	0.227	0.235	0.243	0.25	0.257	0.264	0.271	0.279	0.286	0.293	0.301	0.316	0.323	
0.18	0.187	0.194	0.201	0.208	0.216	0.223	0.23	0.237	0.244	0.252	0.259	0.267	0.273	0.281	0.288	0.295	0.302	0.31	0.318	0.324	
0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.226	0.233	0.24	0.247	0.254	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.298	0.304	0.311	0.319	0.327	0.334	
0.2	0.208	0.215	0.222	0.229	0.236	0.243	0.25	0.257	0.264	0.272	0.279	0.286	0.293	0.3	0.307	0.314	0.321	0.326	0.333	0.343	

Table C.53 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Lognormal (0,1) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)									
		Significance Levels (Q-statistic)									
		Significance Levels (Q-statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.06	0.07	0.082	0.091	0.102	0.114	0.125	0.136	0.148	0.161	0.174
0.02	0.088	0.098	0.108	0.116	0.124	0.134	0.144	0.153	0.163	0.173	0.183
0.03	0.11	0.119	0.128	0.136	0.144	0.153	0.161	0.17	0.179	0.188	0.197
0.04	0.13	0.138	0.147	0.155	0.162	0.171	0.18	0.187	0.196	0.204	0.212
0.05	0.147	0.155	0.164	0.171	0.178	0.186	0.194	0.202	0.21	0.218	0.226
0.06	0.162	0.17	0.179	0.186	0.193	0.201	0.208	0.216	0.224	0.231	0.239
0.07	0.177	0.185	0.193	0.2	0.207	0.214	0.221	0.229	0.237	0.244	0.251
0.08	0.19	0.198	0.206	0.212	0.219	0.226	0.234	0.241	0.248	0.256	0.263
0.09	0.204	0.211	0.219	0.226	0.233	0.24	0.247	0.254	0.261	0.268	0.275
0.1	0.217	0.224	0.232	0.238	0.245	0.252	0.259	0.266	0.273	0.28	0.287
0.11	0.238	0.235	0.243	0.249	0.255	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.297
0.12	0.241	0.248	0.256	0.262	0.269	0.275	0.282	0.289	0.296	0.302	0.309
0.13	0.251	0.258	0.266	0.272	0.279	0.285	0.292	0.298	0.305	0.312	0.319
0.14	0.262	0.269	0.276	0.282	0.289	0.295	0.301	0.308	0.315	0.322	0.328
0.15	0.275	0.281	0.289	0.295	0.301	0.308	0.314	0.321	0.327	0.334	0.34
0.16	0.285	0.282	0.299	0.305	0.311	0.318	0.324	0.33	0.337	0.343	0.35
0.17	0.297	0.304	0.311	0.317	0.323	0.329	0.335	0.342	0.349	0.355	0.361
0.18	0.306	0.313	0.321	0.327	0.333	0.339	0.345	0.351	0.358	0.364	0.37
0.19	0.316	0.323	0.33	0.336	0.342	0.348	0.354	0.361	0.367	0.373	0.38
0.2	0.326	0.333	0.34	0.346	0.352	0.358	0.364	0.37	0.377	0.383	0.389

Table C.54 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Lognormal (0,2) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)									
		Significance Levels (Q-statistic)									
		Significance Levels (Q-statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.237	0.245	0.255	0.263	0.271	0.279	0.288	0.297	0.307	0.318	0.335
0.02	0.284	0.292	0.3	0.307	0.314	0.32	0.327	0.334	0.341	0.348	0.361
0.03	0.319	0.326	0.334	0.34	0.347	0.352	0.358	0.364	0.37	0.376	0.388
0.04	0.343	0.351	0.358	0.364	0.37	0.376	0.382	0.387	0.393	0.404	0.414
0.05	0.364	0.371	0.379	0.386	0.393	0.399	0.406	0.412	0.423	0.433	0.438
0.06	0.383	0.39	0.397	0.403	0.409	0.414	0.42	0.425	0.432	0.442	0.447
0.07	0.399	0.406	0.412	0.418	0.424	0.429	0.434	0.445	0.455	0.464	0.47
0.08	0.413	0.42	0.427	0.432	0.438	0.443	0.448	0.458	0.464	0.473	0.482
0.09	0.426	0.433	0.44	0.445	0.451	0.456	0.461	0.466	0.471	0.476	0.485
0.1	0.439	0.446	0.453	0.458	0.464	0.469	0.474	0.479	0.484	0.49	0.494
0.11	0.451	0.458	0.465	0.471	0.476	0.481	0.486	0.491	0.496	0.501	0.506
0.12	0.463	0.47	0.476	0.482	0.488	0.492	0.498	0.503	0.507	0.512	0.517
0.13	0.473	0.48	0.486	0.492	0.497	0.502	0.512	0.517	0.522	0.527	0.532
0.14	0.483	0.489	0.496	0.502	0.507	0.512	0.517	0.522	0.527	0.532	0.539
0.15	0.494	0.504	0.507	0.512	0.518	0.522	0.527	0.531	0.536	0.544	0.553
0.16	0.502	0.508	0.515	0.521	0.526	0.53	0.536	0.542	0.547	0.552	0.56
0.17	0.511	0.518	0.524	0.53	0.54	0.55	0.554	0.56	0.567	0.572	0.576
0.18	0.52	0.527	0.533	0.54	0.549	0.558	0.563	0.568	0.572	0.581	0.588
0.19	0.528	0.534	0.541	0.546	0.552	0.556	0.561	0.566	0.571	0.58	0.593
0.2	0.536	0.542	0.549	0.554	0.561	0.566	0.571	0.576	0.581	0.586	0.597

Table C.55 Sequential Test Power

H_0 : Gamma (3.0) H_a : Uniform (10,15) $n = 5$

		Significance Levels (φ -statistic)														
		Significance Levels (φ -statistic)														
		Significance Levels (φ -statistic)														
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.032	0.044	0.056	0.067	0.078	0.088	0.1	0.112	0.123	0.134	0.144	0.153	0.165	0.175	0.186	0.194
0.02	0.048	0.06	0.072	0.083	0.093	0.103	0.114	0.126	0.137	0.147	0.158	0.167	0.178	0.188	0.198	0.206
0.03	0.062	0.074	0.086	0.096	0.107	0.116	0.127	0.139	0.149	0.16	0.17	0.179	0.19	0.199	0.209	0.218
0.04	0.075	0.086	0.098	0.108	0.119	0.129	0.139	0.151	0.161	0.171	0.181	0.19	0.201	0.21	0.228	0.237
0.05	0.088	0.098	0.111	0.121	0.132	0.141	0.152	0.163	0.173	0.183	0.193	0.202	0.212	0.222	0.238	0.248
0.06	0.098	0.109	0.121	0.131	0.141	0.151	0.161	0.173	0.183	0.193	0.202	0.211	0.222	0.231	0.24	0.259
0.07	0.11	0.121	0.133	0.143	0.153	0.162	0.172	0.182	0.193	0.203	0.213	0.222	0.232	0.242	0.251	0.268
0.08	0.119	0.131	0.142	0.152	0.162	0.172	0.183	0.193	0.204	0.214	0.224	0.233	0.242	0.252	0.26	0.278
0.09	0.131	0.142	0.153	0.163	0.173	0.183	0.193	0.203	0.214	0.224	0.234	0.243	0.251	0.261	0.27	0.288
0.1	0.141	0.152	0.163	0.173	0.183	0.193	0.203	0.214	0.224	0.234	0.243	0.251	0.261	0.27	0.288	0.297
0.11	0.151	0.163	0.174	0.184	0.194	0.203	0.213	0.224	0.234	0.244	0.253	0.261	0.271	0.28	0.29	0.306
0.12	0.163	0.174	0.185	0.195	0.205	0.214	0.224	0.234	0.245	0.254	0.264	0.274	0.282	0.291	0.3	0.316
0.13	0.173	0.184	0.195	0.205	0.215	0.224	0.234	0.245	0.255	0.265	0.274	0.282	0.292	0.301	0.31	0.326
0.14	0.183	0.194	0.205	0.215	0.225	0.234	0.244	0.254	0.265	0.274	0.284	0.293	0.301	0.31	0.319	0.335
0.15	0.193	0.204	0.215	0.225	0.235	0.244	0.254	0.264	0.275	0.284	0.294	0.303	0.311	0.32	0.329	0.345
0.16	0.203	0.214	0.225	0.235	0.245	0.254	0.264	0.275	0.284	0.294	0.304	0.313	0.321	0.33	0.338	0.354
0.17	0.212	0.223	0.234	0.244	0.254	0.263	0.273	0.284	0.293	0.303	0.312	0.32	0.33	0.34	0.355	0.372
0.18	0.223	0.234	0.245	0.254	0.264	0.273	0.283	0.294	0.303	0.312	0.321	0.33	0.34	0.357	0.372	0.381
0.19	0.233	0.244	0.255	0.265	0.274	0.283	0.293	0.304	0.313	0.323	0.332	0.34	0.35	0.367	0.383	0.392
0.2	0.243	0.254	0.265	0.275	0.284	0.293	0.303	0.314	0.323	0.333	0.342	0.35	0.36	0.368	0.377	0.392

Table C.56 Sequential Test Power

H_0 : Gamma (3.0) H_a : Weibull (1,2) $n = 5$

		Significance Levels (φ -statistic)														
		Significance Levels (φ -statistic)														
		Significance Levels (φ -statistic)														
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.019	0.028	0.037	0.045	0.054	0.064	0.073	0.083	0.092	0.102	0.111	0.12	0.13	0.139	0.149	0.157
0.02	0.03	0.038	0.047	0.055	0.064	0.073	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.127	0.137	0.146	0.155	0.163
0.03	0.04	0.048	0.057	0.065	0.074	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.126	0.135	0.144	0.153	0.162	0.172
0.04	0.05	0.058	0.067	0.074	0.083	0.091	0.1	0.109	0.117	0.126	0.134	0.143	0.152	0.161	0.17	0.186
0.05	0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.101	0.109	0.118	0.127	0.135	0.144	0.152	0.161	0.17	0.177	0.194
0.06	0.07	0.077	0.086	0.093	0.102	0.11	0.118	0.127	0.135	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.185	0.194
0.07	0.079	0.086	0.095	0.102	0.11	0.118	0.127	0.135	0.143	0.152	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201
0.08	0.088	0.095	0.104	0.111	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201	0.209
0.09	0.097	0.105	0.113	0.12	0.128	0.136	0.144	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.201	0.209	0.224
0.1	0.106	0.114	0.122	0.129	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.232
0.11	0.115	0.122	0.131	0.138	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.225	0.249
0.12	0.126	0.133	0.141	0.148	0.156	0.164	0.172	0.18	0.187	0.195	0.203	0.21	0.219	0.227	0.235	0.242
0.13	0.135	0.142	0.15	0.157	0.165	0.172	0.18	0.188	0.196	0.204	0.211	0.219	0.227	0.235	0.244	0.258
0.14	0.144	0.151	0.159	0.166	0.174	0.181	0.189	0.197	0.205	0.212	0.22	0.227	0.236	0.244	0.252	0.266
0.15	0.154	0.161	0.169	0.176	0.184	0.191	0.199	0.207	0.214	0.222	0.229	0.237	0.245	0.253	0.261	0.275
0.16	0.164	0.171	0.178	0.185	0.193	0.2	0.208	0.216	0.223	0.231	0.238	0.245	0.254	0.262	0.269	0.276
0.17	0.174	0.181	0.189	0.196	0.203	0.21	0.218	0.226	0.233	0.24	0.247	0.255	0.263	0.271	0.279	0.285
0.18	0.183	0.19	0.198	0.205	0.212	0.219	0.227	0.234	0.242	0.25	0.258	0.264	0.272	0.28	0.287	0.294
0.19	0.193	0.2	0.208	0.214	0.222	0.229	0.236	0.244	0.251	0.258	0.265	0.273	0.281	0.289	0.296	0.303
0.2	0.203	0.21	0.218	0.224	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.29	0.306	0.312	0.319

Table C.57 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.0) Ha: Weibull (1,3) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.022	0.03	0.039	0.047	0.057	0.066	0.074	0.083	0.092	0.101	0.11	0.118	0.127	0.136	0.145	0.153	0.162	0.171	0.181	0.189	
0.02	0.035	0.043	0.051	0.059	0.069	0.077	0.085	0.094	0.103	0.112	0.121	0.128	0.137	0.146	0.155	0.162	0.171	0.18	0.19	0.198	
0.03	0.047	0.055	0.063	0.071	0.08	0.089	0.096	0.105	0.114	0.123	0.131	0.138	0.147	0.156	0.165	0.172	0.18	0.189	0.198	0.206	
0.04	0.06	0.067	0.075	0.083	0.092	0.101	0.108	0.117	0.125	0.134	0.142	0.149	0.158	0.166	0.175	0.182	0.19	0.199	0.208	0.216	
0.05	0.071	0.079	0.086	0.094	0.103	0.111	0.119	0.128	0.136	0.144	0.152	0.159	0.168	0.176	0.184	0.191	0.199	0.208	0.217	0.225	
0.06	0.083	0.091	0.098	0.106	0.115	0.123	0.13	0.139	0.147	0.155	0.163	0.17	0.179	0.187	0.195	0.202	0.21	0.219	0.227	0.235	
0.07	0.095	0.102	0.11	0.117	0.126	0.134	0.141	0.158	0.166	0.174	0.181	0.189	0.197	0.205	0.212	0.22	0.228	0.237	0.244		
0.08	0.107	0.114	0.121	0.129	0.137	0.145	0.152	0.161	0.169	0.177	0.185	0.191	0.202	0.21	0.218	0.226	0.233	0.24	0.247	0.254	
0.09	0.118	0.125	0.133	0.14	0.148	0.156	0.163	0.172	0.18	0.187	0.195	0.202	0.21	0.218	0.226	0.232	0.24	0.249	0.257	0.264	
0.1	0.129	0.136	0.143	0.151	0.159	0.167	0.174	0.183	0.19	0.198	0.206	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243	0.25	0.259	0.267	0.274	
0.11	0.139	0.146	0.154	0.161	0.169	0.177	0.184	0.193	0.2	0.208	0.216	0.222	0.23	0.237	0.245	0.252	0.259	0.268	0.276	0.283	
0.12	0.151	0.158	0.166	0.173	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.219	0.227	0.233	0.241	0.248	0.256	0.263	0.271	0.279	0.287	0.294	
0.13	0.161	0.168	0.176	0.183	0.191	0.199	0.206	0.214	0.221	0.228	0.236	0.243	0.251	0.258	0.266	0.272	0.279	0.288	0.296	0.302	
0.14	0.172	0.179	0.186	0.193	0.202	0.209	0.216	0.224	0.232	0.239	0.246	0.253	0.261	0.269	0.275	0.282	0.289	0.297	0.305	0.312	
0.15	0.184	0.191	0.198	0.205	0.213	0.221	0.227	0.235	0.242	0.25	0.257	0.263	0.271	0.278	0.286	0.292	0.299	0.308	0.316	0.322	
0.16	0.194	0.201	0.208	0.215	0.223	0.231	0.237	0.246	0.253	0.26	0.267	0.274	0.281	0.288	0.296	0.302	0.309	0.318	0.325	0.332	
0.17	0.204	0.211	0.218	0.225	0.233	0.241	0.247	0.255	0.262	0.269	0.277	0.285	0.291	0.298	0.305	0.312	0.318	0.327	0.334	0.341	
0.18	0.214	0.221	0.228	0.235	0.243	0.251	0.257	0.265	0.272	0.279	0.286	0.292	0.3	0.307	0.314	0.321	0.328	0.336	0.343	0.35	
0.19	0.225	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.297	0.303	0.31	0.317	0.325	0.331	0.338	0.346	0.353	0.36	
0.2	0.236	0.243	0.25	0.256	0.264	0.272	0.278	0.286	0.293	0.3	0.307	0.313	0.321	0.328	0.335	0.341	0.348	0.356	0.363	0.37	

Table C.58 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.5) Ha: Beta (2,2) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.022	0.031	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.20	0.21	
0.02	0.034	0.043	0.052	0.061	0.07	0.079	0.088	0.097	0.106	0.115	0.124	0.134	0.143	0.153	0.162	0.172	0.181	0.19	0.20	0.21	
0.03	0.047	0.056	0.065	0.074	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.127	0.135	0.144	0.153	0.162	0.172	0.181	0.19	0.20	0.21	0.22	
0.04	0.067	0.076	0.085	0.094	0.102	0.111	0.12	0.128	0.137	0.145	0.154	0.163	0.172	0.182	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24	
0.05	0.073	0.081	0.09	0.099	0.107	0.115	0.124	0.133	0.141	0.15	0.158	0.167	0.176	0.184	0.194	0.203	0.212	0.22	0.23	0.24	
0.06	0.084	0.092	0.101	0.11	0.118	0.126	0.135	0.144	0.152	0.16	0.169	0.177	0.186	0.195	0.204	0.213	0.222	0.23	0.238	0.247	
0.07	0.095	0.103	0.112	0.121	0.129	0.137	0.145	0.154	0.162	0.171	0.179	0.187	0.197	0.205	0.214	0.223	0.232	0.24	0.248	0.257	
0.08	0.107	0.115	0.123	0.132	0.14	0.148	0.156	0.165	0.173	0.181	0.189	0.198	0.207	0.215	0.224	0.233	0.242	0.25	0.258	0.266	
0.09	0.117	0.125	0.133	0.142	0.15	0.158	0.166	0.175	0.183	0.191	0.199	0.207	0.217	0.225	0.234	0.242	0.251	0.259	0.267	0.275	
0.1	0.127	0.135	0.144	0.152	0.16	0.168	0.176	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.226	0.234	0.244	0.252	0.261	0.268	0.276	0.285	
0.11	0.138	0.146	0.154	0.163	0.173	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	0.229	0.237	0.246	0.254	0.263	0.271	0.28	0.287	0.295	
0.12	0.149	0.156	0.165	0.173	0.184	0.192	0.199	0.207	0.216	0.224	0.232	0.24	0.247	0.256	0.264	0.273	0.281	0.29	0.297	0.305	
0.13	0.159	0.167	0.175	0.184	0.194	0.196	0.202	0.21	0.218	0.226	0.234	0.242	0.25	0.258	0.266	0.274	0.283	0.292	0.3	0.307	
0.14	0.17	0.178	0.186	0.194	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.252	0.259	0.267	0.276	0.284	0.293	0.301	0.309	0.316	0.324	
0.15	0.18	0.188	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.252	0.26	0.267	0.276	0.284	0.294	0.303	0.311	0.319	0.326	0.334	
0.16	0.191	0.199	0.207	0.215	0.223	0.23	0.238	0.247	0.255	0.262	0.27	0.278	0.286	0.294	0.302	0.31	0.319	0.326	0.334	0.342	
0.17	0.202	0.209	0.217	0.225	0.234	0.242	0.25	0.258	0.266	0.274	0.282	0.29	0.307	0.314	0.323	0.33	0.339	0.344	0.352	0.362	
0.18	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251	0.259	0.267	0.275	0.282	0.29	0.307	0.314	0.323	0.33	0.339	0.346	0.354	0.36	0.372	
0.19	0.224	0.231	0.239	0.247	0.254	0.262	0.27	0.278	0.286	0.293	0.301	0.309	0.317	0.325	0.334	0.342	0.35	0.357	0.364	0.372	
0.2	0.234	0.241	0.249	0.257	0.264	0.272	0.28	0.288	0.295	0.303	0.311	0.318	0.327	0.334	0.341	0.349	0.356	0.363	0.37	0.38	

Table C.59 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.5) Ha: Gamma (3.0)

Ho: Gamma (2,3) Ha: Beta (2,3)

n = 5

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.02	0.028	0.038	0.047	0.056	0.065	0.074	0.085	0.094	0.104	0.113	0.123	0.134	0.144	0.153	0.163	0.172	0.181	0.191	0.201	
0.02	0.03	0.038	0.048	0.056	0.065	0.074	0.083	0.093	0.102	0.112	0.121	0.13	0.141	0.15	0.16	0.169	0.178	0.187	0.197	0.207	
0.03	0.039	0.047	0.057	0.065	0.074	0.082	0.091	0.101	0.111	0.12	0.128	0.138	0.148	0.157	0.166	0.175	0.185	0.193	0.203	0.213	
0.04	0.05	0.058	0.067	0.076	0.084	0.092	0.101	0.111	0.119	0.129	0.138	0.147	0.157	0.166	0.175	0.184	0.193	0.201	0.21	0.220	
0.05	0.06	0.067	0.077	0.085	0.094	0.101	0.111	0.119	0.128	0.137	0.146	0.155	0.165	0.174	0.182	0.191	0.209	0.217	0.227	0.237	
0.06	0.068	0.076	0.085	0.093	0.102	0.111	0.118	0.127	0.136	0.145	0.154	0.163	0.173	0.181	0.19	0.199	0.207	0.216	0.224	0.234	
0.07	0.077	0.085	0.094	0.102	0.111	0.119	0.127	0.136	0.145	0.154	0.162	0.171	0.181	0.19	0.198	0.207	0.216	0.224	0.232	0.241	
0.08	0.088	0.096	0.105	0.113	0.121	0.129	0.137	0.146	0.155	0.164	0.172	0.181	0.19	0.198	0.207	0.216	0.224	0.232	0.241	0.250	
0.09	0.097	0.105	0.114	0.122	0.13	0.138	0.146	0.155	0.163	0.172	0.18	0.189	0.199	0.207	0.215	0.224	0.232	0.24	0.248	0.258	
0.1	0.106	0.113	0.122	0.13	0.138	0.146	0.154	0.163	0.171	0.18	0.188	0.197	0.206	0.215	0.223	0.231	0.24	0.248	0.256	0.265	
0.11	0.115	0.123	0.132	0.139	0.148	0.155	0.164	0.172	0.18	0.189	0.197	0.206	0.215	0.223	0.232	0.24	0.248	0.256	0.264	0.273	
0.12	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.165	0.173	0.181	0.19	0.198	0.206	0.215	0.224	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	0.282	
0.13	0.134	0.142	0.15	0.158	0.166	0.174	0.182	0.19	0.199	0.207	0.215	0.224	0.232	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	0.281	0.290	
0.14	0.143	0.151	0.16	0.167	0.175	0.183	0.191	0.199	0.207	0.216	0.224	0.232	0.24	0.25	0.257	0.265	0.273	0.281	0.289	0.298	
0.15	0.152	0.16	0.168	0.176	0.184	0.191	0.199	0.208	0.216	0.224	0.233	0.241	0.249	0.258	0.266	0.274	0.282	0.29	0.297	0.306	
0.16	0.161	0.169	0.177	0.185	0.193	0.2	0.208	0.217	0.225	0.234	0.242	0.25	0.258	0.267	0.276	0.284	0.291	0.298	0.306	0.314	
0.17	0.171	0.178	0.187	0.196	0.202	0.21	0.218	0.226	0.234	0.243	0.251	0.259	0.267	0.276	0.284	0.291	0.299	0.307	0.315	0.323	
0.18	0.18	0.187	0.196	0.203	0.211	0.218	0.227	0.235	0.243	0.251	0.259	0.267	0.276	0.284	0.292	0.301	0.309	0.317	0.324	0.332	
0.19	0.191	0.198	0.206	0.214	0.222	0.229	0.237	0.245	0.253	0.261	0.269	0.277	0.286	0.293	0.301	0.309	0.317	0.324	0.332	0.341	
0.2	0.201	0.208	0.217	0.224	0.232	0.239	0.247	0.255	0.263	0.272	0.279	0.287	0.296	0.303	0.311	0.319	0.327	0.334	0.342	0.350	

Table C.60 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.5) Ha: Gamma (1.0)

n = 5

		Significance Levels (α -statistic)										Significance Levels (α -statistic)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.035	0.045	0.056	0.065	0.078	0.089	0.098	0.1	0.11	0.12	0.133	0.144	0.156	0.167	0.179	0.19	0.203	0.214	0.224	0.234	0.245
0.02	0.052	0.061	0.071	0.081	0.091	0.102	0.112	0.121	0.13	0.141	0.151	0.161	0.171	0.182	0.193	0.203	0.214	0.225	0.235	0.245	
0.03	0.069	0.078	0.087	0.096	0.106	0.116	0.125	0.133	0.142	0.152	0.161	0.171	0.18	0.19	0.209	0.219	0.229	0.239	0.249	0.259	
0.04	0.084	0.092	0.101	0.11	0.12	0.13	0.14	0.153	0.164	0.172	0.181	0.19	0.199	0.209	0.219	0.229	0.236	0.245	0.254	0.264	
0.05	0.096	0.104	0.113	0.122	0.131	0.14	0.15	0.164	0.173	0.181	0.19	0.199	0.208	0.217	0.226	0.235	0.244	0.253	0.262	0.270	
0.06	0.109	0.117	0.126	0.135	0.143	0.152	0.161	0.168	0.175	0.185	0.193	0.201	0.211	0.221	0.231	0.241	0.251	0.261	0.270	0.279	
0.07	0.122	0.13	0.139	0.147	0.156	0.164	0.172	0.18	0.187	0.196	0.204	0.212	0.222	0.232	0.242	0.251	0.261	0.271	0.279	0.288	
0.08	0.135	0.143	0.151	0.16	0.17	0.184	0.192	0.199	0.208	0.215	0.223	0.231	0.24	0.248	0.256	0.264	0.272	0.279	0.287	0.296	
0.09	0.146	0.154	0.163	0.171	0.179	0.188	0.195	0.202	0.209	0.218	0.226	0.233	0.241	0.249	0.257	0.265	0.273	0.281	0.288	0.296	
0.1	0.159	0.167	0.176	0.184	0.192	0.2	0.208	0.215	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253	0.261	0.268	0.276	0.284	0.291	0.299	0.308	
0.11	0.171	0.178	0.187	0.195	0.203	0.213	0.222	0.231	0.24	0.251	0.26	0.273	0.281	0.29	0.305	0.312	0.319	0.326	0.334	0.343	
0.12	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.222	0.231	0.24	0.253	0.261	0.268	0.275	0.283	0.29	0.305	0.312	0.319	0.326	0.334	0.343	
0.13	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.24	0.253	0.261	0.269	0.277	0.285	0.293	0.3	0.307	0.314	0.321	0.328	0.335	0.343	
0.14	0.203	0.21	0.219	0.227	0.234	0.243	0.25	0.263	0.273	0.281	0.287	0.295	0.302	0.316	0.323	0.33	0.337	0.344	0.352	0.360	
0.15	0.213	0.22	0.229	0.236	0.244	0.252	0.26	0.266	0.273	0.281	0.287	0.295	0.302	0.311	0.318	0.325	0.332	0.339	0.346	0.353	
0.16	0.222	0.23	0.238	0.246	0.254	0.262	0.269	0.276	0.282	0.289	0.296	0.303	0.311	0.318	0.325	0.332	0.339	0.346	0.353	0.360	
0.17	0.232	0.24	0.248	0.256	0.263	0.271	0.278	0.285	0.291	0.299	0.306	0.313	0.32	0.327	0.334	0.341	0.348	0.355	0.362	0.369	
0.18	0.242	0.249	0.258	0.265	0.273	0.281	0.288	0.294	0.301	0.309	0.315	0.322	0.33	0.337	0.343	0.35	0.357	0.364	0.37	0.377	
0.19	0.252	0.259	0.267	0.275	0.283	0.291	0.298	0.304	0.311	0.318	0.325	0.332	0.339	0.346	0.353	0.36	0.366	0.373	0.379	0.386	
0.2	0.261	0.268	0.277	0.284	0.292	0.3	0.307	0.313	0.319	0.327	0.334	0.341	0.348	0.355	0.361	0.368	0.374	0.381	0.388	0.395	

Table C.61 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.5) Ha: Gamma (2.0) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.021	0.03	0.04	0.05	0.06	0.069	0.077	0.088	0.098	0.118
0.02	0.032	0.041	0.051	0.051	0.06	0.069	0.077	0.085	0.095	0.114
0.03	0.044	0.052	0.062	0.071	0.071	0.08	0.087	0.095	0.104	0.124
0.04	0.054	0.062	0.072	0.08	0.089	0.096	0.103	0.113	0.122	0.134
0.05	0.064	0.072	0.081	0.089	0.098	0.105	0.112	0.121	0.132	0.141
0.06	0.073	0.081	0.09	0.098	0.107	0.113	0.12	0.129	0.137	0.146
0.07	0.083	0.091	0.108	0.116	0.123	0.13	0.138	0.146	0.154	0.162
0.08	0.095	0.102	0.111	0.119	0.127	0.134	0.14	0.148	0.157	0.165
0.09	0.105	0.113	0.122	0.129	0.137	0.143	0.15	0.158	0.166	0.175
0.1	0.115	0.123	0.131	0.139	0.147	0.153	0.159	0.168	0.175	0.183
0.11	0.125	0.133	0.141	0.149	0.156	0.163	0.169	0.177	0.185	0.192
0.12	0.136	0.143	0.152	0.159	0.167	0.173	0.179	0.187	0.195	0.202
0.13	0.145	0.153	0.161	0.169	0.176	0.182	0.188	0.196	0.204	0.212
0.14	0.156	0.163	0.171	0.178	0.186	0.192	0.198	0.206	0.213	0.221
0.15	0.166	0.173	0.181	0.188	0.196	0.202	0.208	0.216	0.223	0.231
0.16	0.175	0.182	0.191	0.198	0.205	0.211	0.217	0.225	0.232	0.239
0.17	0.185	0.192	0.2	0.207	0.214	0.22	0.226	0.234	0.241	0.248
0.18	0.195	0.202	0.21	0.217	0.224	0.23	0.236	0.243	0.25	0.258
0.19	0.205	0.212	0.221	0.227	0.235	0.24	0.246	0.254	0.261	0.269
0.2	0.215	0.222	0.23	0.237	0.244	0.25	0.256	0.263	0.27	0.277

Table C.62 Sequential Test Power Ho: Gamma (3.5) Ha: Gamma (3.5) n = 5

	Significance Levels (Q-statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.019	0.028	0.038	0.047	0.056	0.066	0.075	0.085	0.094	0.104
0.02	0.029	0.038	0.047	0.056	0.065	0.074	0.083	0.093	0.101	0.113
0.03	0.039	0.047	0.056	0.065	0.074	0.082	0.091	0.1	0.108	0.117
0.04	0.049	0.057	0.066	0.075	0.083	0.092	0.1	0.109	0.117	0.126
0.05	0.059	0.067	0.076	0.084	0.093	0.102	0.11	0.117	0.125	0.134
0.06	0.069	0.077	0.085	0.093	0.101	0.11	0.117	0.126	0.134	0.143
0.07	0.079	0.087	0.095	0.103	0.111	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152
0.08	0.089	0.098	0.106	0.113	0.121	0.129	0.137	0.145	0.152	0.161
0.09	0.099	0.107	0.115	0.122	0.13	0.138	0.145	0.154	0.161	0.169
0.1	0.109	0.117	0.125	0.132	0.14	0.148	0.155	0.163	0.17	0.178
0.11	0.12	0.127	0.135	0.143	0.15	0.158	0.165	0.173	0.18	0.188
0.12	0.129	0.137	0.145	0.152	0.16	0.167	0.174	0.182	0.189	0.197
0.13	0.14	0.147	0.155	0.162	0.17	0.177	0.184	0.192	0.199	0.207
0.14	0.15	0.158	0.165	0.173	0.18	0.187	0.194	0.202	0.209	0.217
0.15	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.198	0.204	0.212	0.219	0.227
0.16	0.171	0.178	0.186	0.193	0.2	0.207	0.214	0.222	0.23	0.24
0.17	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.217	0.223	0.231	0.238	0.245
0.18	0.19	0.196	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.24	0.246	0.254
0.19	0.199	0.206	0.214	0.222	0.228	0.235	0.241	0.249	0.256	0.264
0.2	0.208	0.215	0.223	0.23	0.237	0.244	0.25	0.258	0.264	0.271

Table C.63 Sequential Test Power

Ho: Gamma (3.5) Ha: Normal (0,1) n = 5

	Significance Levels (α -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.0295	0.033	0.041	0.049	0.057	0.066	0.075	0.085	0.093	0.102
0.02	0.039	0.047	0.055	0.062	0.071	0.079	0.087	0.097	0.105	0.114
0.03	0.053	0.06	0.068	0.075	0.083	0.092	0.1	0.109	0.117	0.123
0.04	0.066	0.073	0.081	0.088	0.096	0.104	0.112	0.121	0.129	0.134
0.05	0.079	0.087	0.094	0.101	0.109	0.117	0.125	0.134	0.141	0.15
0.06	0.091	0.099	0.106	0.113	0.12	0.129	0.136	0.145	0.153	0.162
0.07	0.104	0.111	0.118	0.125	0.132	0.14	0.147	0.156	0.164	0.173
0.08	0.117	0.124	0.131	0.138	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.184
0.09	0.129	0.135	0.142	0.149	0.156	0.164	0.171	0.178	0.187	0.195
0.1	0.139	0.146	0.153	0.16	0.167	0.175	0.182	0.19	0.197	0.205
0.11	0.152	0.159	0.165	0.172	0.179	0.187	0.194	0.202	0.209	0.217
0.12	0.164	0.171	0.177	0.184	0.191	0.199	0.206	0.214	0.221	0.229
0.13	0.177	0.183	0.19	0.196	0.203	0.211	0.218	0.226	0.233	0.241
0.14	0.189	0.195	0.202	0.208	0.215	0.223	0.23	0.238	0.244	0.252
0.15	0.2	0.206	0.213	0.219	0.226	0.234	0.24	0.248	0.255	0.262
0.16	0.211	0.217	0.224	0.23	0.237	0.244	0.251	0.259	0.266	0.273
0.17	0.221	0.227	0.234	0.24	0.247	0.254	0.261	0.269	0.275	0.282
0.18	0.231	0.238	0.244	0.25	0.257	0.264	0.271	0.279	0.285	0.292
0.19	0.242	0.248	0.254	0.26	0.267	0.274	0.281	0.289	0.295	0.302
0.2	0.253	0.259	0.265	0.265	0.272	0.278	0.285	0.299	0.306	0.313

Table C.64 Sequential Test Power Ho: Gamma (3.5) Ha: Uniform (0,2) n = 5

	Significance Levels (α -statistic)									
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
0.01	0.031	0.043	0.056	0.066	0.078	0.088	0.099	0.112	0.122	0.134
0.02	0.046	0.058	0.07	0.081	0.092	0.102	0.113	0.125	0.135	0.146
0.03	0.059	0.07	0.083	0.093	0.104	0.114	0.124	0.136	0.146	0.157
0.04	0.071	0.083	0.095	0.105	0.116	0.126	0.136	0.148	0.158	0.168
0.05	0.084	0.096	0.107	0.118	0.128	0.138	0.148	0.16	0.17	0.18
0.06	0.106	0.118	0.128	0.139	0.148	0.159	0.17	0.18	0.19	0.199
0.07	0.104	0.116	0.128	0.138	0.148	0.158	0.168	0.178	0.189	0.198
0.08	0.116	0.128	0.139	0.149	0.16	0.169	0.178	0.189	0.2	0.211
0.09	0.126	0.137	0.149	0.159	0.169	0.179	0.189	0.2	0.21	0.229
0.1	0.136	0.147	0.159	0.169	0.179	0.188	0.21	0.219	0.229	0.238
0.11	0.146	0.158	0.169	0.179	0.189	0.198	0.209	0.22	0.229	0.248
0.12	0.156	0.168	0.179	0.189	0.199	0.209	0.218	0.239	0.249	0.267
0.13	0.166	0.178	0.189	0.199	0.209	0.218	0.228	0.248	0.259	0.277
0.14	0.177	0.189	0.2	0.21	0.229	0.239	0.25	0.269	0.278	0.287
0.15	0.188	0.199	0.211	0.22	0.23	0.239	0.249	0.269	0.279	0.287
0.16	0.205	0.217	0.228	0.237	0.248	0.257	0.267	0.278	0.288	0.297
0.17	0.214	0.226	0.237	0.246	0.256	0.266	0.275	0.287	0.295	0.305
0.18	0.225	0.236	0.247	0.257	0.266	0.275	0.285	0.295	0.305	0.313
0.19	0.236	0.247	0.258	0.265	0.276	0.285	0.295	0.305	0.315	0.323
0.2	0.236	0.247	0.258	0.265	0.272	0.281	0.291	0.301	0.311	0.321

Table C.65 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Beta (1,1)

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.029	0.041	0.053	0.065	0.077	0.088	0.1	0.111	0.122	0.133	0.143	0.154	0.166	0.176	0.185	0.196	0.206	0.215	0.224	0.235	
0.02	0.042	0.054	0.066	0.078	0.089	0.099	0.111	0.122	0.133	0.143	0.153	0.164	0.175	0.184	0.194	0.204	0.213	0.223	0.232	0.243	
0.03	0.054	0.066	0.077	0.089	0.1	0.111	0.122	0.133	0.143	0.154	0.163	0.174	0.185	0.194	0.204	0.214	0.223	0.232	0.241	0.251	
0.04	0.065	0.077	0.089	0.1	0.111	0.122	0.133	0.144	0.153	0.164	0.174	0.184	0.195	0.204	0.213	0.223	0.232	0.241	0.251	0.261	
0.05	0.078	0.09	0.101	0.113	0.124	0.134	0.145	0.156	0.165	0.175	0.185	0.195	0.206	0.215	0.224	0.234	0.242	0.251	0.261	0.27	
0.06	0.09	0.101	0.113	0.124	0.135	0.145	0.156	0.167	0.176	0.187	0.196	0.206	0.217	0.225	0.235	0.244	0.253	0.262	0.27	0.28	
0.07	0.1	0.111	0.122	0.134	0.144	0.155	0.166	0.176	0.185	0.196	0.206	0.215	0.226	0.236	0.245	0.254	0.263	0.272	0.277	0.289	
0.08	0.111	0.122	0.133	0.145	0.155	0.166	0.176	0.187	0.196	0.206	0.216	0.225	0.235	0.245	0.254	0.263	0.272	0.28	0.289	0.298	
0.09	0.121	0.132	0.143	0.155	0.166	0.175	0.186	0.197	0.206	0.216	0.225	0.235	0.245	0.254	0.263	0.272	0.281	0.289	0.298	0.307	
0.1	0.131	0.142	0.154	0.165	0.175	0.186	0.196	0.206	0.215	0.225	0.235	0.245	0.254	0.263	0.272	0.282	0.291	0.299	0.307	0.316	
0.11	0.141	0.152	0.163	0.174	0.184	0.194	0.205	0.215	0.224	0.234	0.243	0.253	0.263	0.272	0.281	0.29	0.298	0.307	0.315	0.324	
0.12	0.151	0.162	0.173	0.185	0.195	0.205	0.215	0.226	0.235	0.245	0.254	0.263	0.273	0.282	0.291	0.3	0.308	0.317	0.325	0.334	
0.13	0.161	0.172	0.183	0.195	0.204	0.214	0.224	0.234	0.244	0.254	0.263	0.272	0.282	0.292	0.3	0.309	0.317	0.326	0.334	0.343	
0.14	0.171	0.182	0.193	0.204	0.214	0.224	0.234	0.244	0.254	0.263	0.273	0.282	0.292	0.301	0.31	0.318	0.327	0.336	0.344	0.352	
0.15	0.181	0.192	0.203	0.214	0.224	0.234	0.244	0.254	0.263	0.273	0.282	0.292	0.301	0.31	0.319	0.327	0.336	0.344	0.352	0.361	
0.16	0.191	0.202	0.212	0.224	0.233	0.243	0.253	0.264	0.273	0.282	0.291	0.301	0.31	0.319	0.327	0.336	0.344	0.352	0.36	0.369	
0.17	0.201	0.212	0.223	0.234	0.244	0.253	0.264	0.274	0.283	0.292	0.301	0.311	0.32	0.329	0.337	0.345	0.354	0.362	0.37	0.379	
0.18	0.209	0.22	0.231	0.242	0.252	0.262	0.272	0.282	0.291	0.301	0.309	0.319	0.328	0.337	0.345	0.354	0.362	0.37	0.378	0.387	
0.19	0.22	0.231	0.241	0.253	0.262	0.272	0.282	0.292	0.301	0.311	0.319	0.329	0.339	0.347	0.355	0.364	0.372	0.38	0.388	0.397	
0.2	0.229	0.24	0.25	0.262	0.271	0.281	0.291	0.301	0.31	0.32	0.328	0.338	0.347	0.355	0.364	0.373	0.381	0.389	0.397	0.405	

Table C.66 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Beta (2,2)

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.029	0.041	0.053	0.065	0.077	0.088	0.1	0.111	0.122	0.133	0.143	0.154	0.166	0.176	0.185	0.196	0.206	0.215	0.224	0.235	
0.02	0.032	0.04	0.05	0.068	0.077	0.086	0.096	0.106	0.114	0.123	0.132	0.142	0.151	0.161	0.17	0.188	0.197	0.207	0.216	0.225	
0.03	0.044	0.052	0.061	0.079	0.088	0.097	0.107	0.115	0.124	0.133	0.141	0.151	0.16	0.17	0.179	0.188	0.197	0.206	0.215	0.225	
0.04	0.056	0.064	0.074	0.082	0.091	0.099	0.108	0.118	0.126	0.135	0.144	0.152	0.162	0.171	0.18	0.189	0.198	0.206	0.215	0.225	
0.05	0.069	0.077	0.086	0.095	0.103	0.112	0.12	0.13	0.138	0.147	0.155	0.164	0.173	0.182	0.191	0.2	0.209	0.217	0.226	0.235	
0.06	0.081	0.089	0.098	0.107	0.115	0.123	0.132	0.141	0.15	0.158	0.167	0.175	0.184	0.193	0.202	0.211	0.22	0.228	0.236	0.245	
0.07	0.091	0.099	0.108	0.116	0.125	0.133	0.141	0.151	0.159	0.167	0.175	0.184	0.193	0.202	0.211	0.219	0.228	0.236	0.245	0.253	
0.08	0.102	0.11	0.119	0.128	0.136	0.146	0.152	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.204	0.212	0.221	0.229	0.238	0.246	0.254	0.263	
0.09	0.112	0.12	0.129	0.138	0.146	0.155	0.164	0.172	0.181	0.189	0.197	0.205	0.214	0.223	0.231	0.239	0.248	0.255	0.264	0.272	
0.1	0.123	0.13	0.139	0.148	0.157	0.165	0.173	0.182	0.191	0.199	0.207	0.215	0.223	0.231	0.24	0.249	0.257	0.264	0.273	0.281	
0.11	0.133	0.14	0.149	0.157	0.165	0.176	0.183	0.192	0.201	0.209	0.217	0.225	0.233	0.242	0.25	0.259	0.267	0.275	0.282	0.289	
0.12	0.143	0.151	0.159	0.168	0.176	0.184	0.193	0.202	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243	0.252	0.26	0.269	0.277	0.285	0.291	0.298	
0.13	0.154	0.161	0.17	0.178	0.186	0.194	0.202	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243	0.252	0.26	0.269	0.277	0.285	0.292	0.3	0.308	
0.14	0.165	0.172	0.18	0.189	0.196	0.204	0.212	0.221	0.229	0.237	0.245	0.253	0.262	0.27	0.278	0.286	0.294	0.302	0.31	0.318	
0.15	0.175	0.182	0.19	0.198	0.206	0.214	0.222	0.231	0.239	0.247	0.254	0.262	0.271	0.279	0.288	0.296	0.304	0.311	0.319	0.327	
0.16	0.184	0.192	0.2	0.208	0.216	0.224	0.232	0.241	0.25	0.26	0.274	0.284	0.292	0.298	0.305	0.313	0.32	0.328	0.336	0.344	
0.17	0.197	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.252	0.26	0.276	0.283	0.292	0.3	0.309	0.317	0.325	0.332	0.34	0.349	0.357	
0.18	0.207	0.214	0.222	0.23	0.238	0.245	0.254	0.262	0.27	0.277	0.285	0.293	0.303	0.311	0.32	0.328	0.336	0.344	0.35	0.368	
0.19	0.217	0.224	0.232	0.24	0.248	0.255	0.263	0.272	0.28	0.287	0.295	0.303	0.311	0.32	0.328	0.338	0.346	0.354	0.36	0.368	
0.2	0.228	0.235	0.243	0.251	0.258	0.266	0.274	0.282	0.29	0.297	0.305	0.313	0.322	0.33	0.34	0.354	0.36	0.368	0.376	0.38	

Table C.67 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Gamma (1.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																			
		Significance Levels (Skewness)									Significance Levels (Leviens)										
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	
0.01	0.022	0.032	0.042	0.053	0.063	0.074	0.084	0.095	0.104	0.115	0.126	0.136	0.147	0.159	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.222	
0.02	0.037	0.045	0.055	0.065	0.074	0.084	0.094	0.103	0.112	0.122	0.132	0.141	0.152	0.162	0.172	0.182	0.192	0.202	0.212	0.224	
0.03	0.051	0.059	0.069	0.078	0.086	0.096	0.105	0.114	0.122	0.131	0.14	0.15	0.159	0.169	0.179	0.188	0.197	0.207	0.216	0.227	
0.04	0.063	0.071	0.08	0.09	0.098	0.107	0.116	0.125	0.133	0.141	0.15	0.159	0.168	0.179	0.188	0.195	0.203	0.213	0.222	0.232	
0.05	0.074	0.082	0.091	0.1	0.098	0.108	0.117	0.126	0.134	0.142	0.15	0.159	0.167	0.176	0.185	0.194	0.203	0.21	0.219	0.228	0.238
0.06	0.086	0.093	0.102	0.111	0.119	0.128	0.136	0.145	0.152	0.16	0.168	0.177	0.185	0.194	0.203	0.211	0.219	0.227	0.236	0.245	
0.07	0.096	0.104	0.113	0.122	0.129	0.138	0.146	0.155	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203	0.211	0.219	0.227	0.235	0.244	0.253	
0.08	0.107	0.115	0.123	0.132	0.14	0.148	0.156	0.164	0.171	0.179	0.187	0.195	0.203	0.211	0.22	0.228	0.235	0.243	0.251	0.26	
0.09	0.118	0.126	0.134	0.143	0.15	0.159	0.167	0.174	0.181	0.189	0.197	0.204	0.213	0.221	0.229	0.236	0.244	0.252	0.26	0.268	
0.1	0.129	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169	0.177	0.185	0.192	0.199	0.207	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.253	0.261	0.269	0.277	
0.11	0.139	0.146	0.154	0.163	0.17	0.178	0.186	0.194	0.201	0.208	0.215	0.223	0.231	0.239	0.246	0.254	0.261	0.269	0.277	0.285	
0.12	0.149	0.156	0.164	0.173	0.18	0.188	0.196	0.203	0.21	0.217	0.225	0.232	0.24	0.248	0.255	0.263	0.27	0.277	0.285	0.293	
0.13	0.159	0.166	0.174	0.182	0.189	0.197	0.205	0.213	0.22	0.226	0.234	0.241	0.249	0.256	0.264	0.271	0.278	0.286	0.293	0.301	
0.14	0.17	0.177	0.185	0.193	0.2	0.208	0.216	0.223	0.23	0.237	0.244	0.251	0.259	0.266	0.274	0.281	0.288	0.295	0.303	0.31	
0.15	0.179	0.187	0.195	0.203	0.209	0.217	0.225	0.232	0.239	0.246	0.253	0.26	0.268	0.275	0.283	0.29	0.296	0.304	0.311	0.319	
0.16	0.19	0.197	0.207	0.213	0.22	0.228	0.235	0.243	0.249	0.256	0.263	0.27	0.277	0.285	0.292	0.299	0.306	0.313	0.32	0.328	
0.17	0.209	0.216	0.224	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.269	0.275	0.282	0.289	0.296	0.304	0.311	0.317	0.323	0.33	0.338	0.345	
0.18	0.219	0.226	0.234	0.242	0.248	0.256	0.263	0.27	0.277	0.283	0.29	0.297	0.304	0.312	0.319	0.326	0.332	0.339	0.346	0.354	
0.19	0.229	0.236	0.243	0.251	0.258	0.265	0.272	0.28	0.286	0.293	0.3	0.306	0.314	0.321	0.328	0.335	0.341	0.348	0.355	0.362	

Table C.68 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Gamma (2.5) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																		
		Significance Levels (Skewness)									Significance Levels (Leviens)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
0.01	0.02	0.029	0.039	0.049	0.058	0.068	0.077	0.086	0.096	0.106	0.116	0.127	0.137	0.147	0.157	0.167	0.177	0.187	0.197	0.208
0.02	0.03	0.04	0.049	0.059	0.067	0.076	0.085	0.093	0.103	0.112	0.121	0.131	0.141	0.15	0.16	0.169	0.179	0.189	0.197	0.208
0.03	0.041	0.05	0.059	0.069	0.076	0.085	0.094	0.102	0.111	0.119	0.129	0.138	0.147	0.156	0.165	0.174	0.184	0.194	0.203	0.214
0.04	0.052	0.06	0.069	0.078	0.085	0.094	0.103	0.112	0.119	0.128	0.136	0.145	0.154	0.162	0.171	0.179	0.188	0.197	0.206	0.219
0.05	0.062	0.07	0.078	0.087	0.095	0.103	0.112	0.12	0.128	0.136	0.144	0.153	0.162	0.171	0.178	0.187	0.195	0.204	0.213	0.225
0.06	0.071	0.08	0.088	0.097	0.104	0.112	0.12	0.128	0.136	0.144	0.152	0.161	0.169	0.177	0.186	0.194	0.202	0.211	0.219	0.231
0.07	0.081	0.09	0.097	0.106	0.113	0.121	0.129	0.136	0.144	0.152	0.161	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203	0.211	0.219	0.228	0.238
0.08	0.091	0.099	0.107	0.116	0.123	0.131	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.203	0.211	0.219	0.227	0.236	0.245
0.09	0.101	0.109	0.117	0.125	0.132	0.14	0.148	0.155	0.163	0.172	0.18	0.187	0.195	0.203	0.211	0.219	0.228	0.236	0.244	0.253
0.1	0.112	0.119	0.127	0.136	0.142	0.15	0.158	0.165	0.172	0.18	0.188	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.244	0.252	0.261
0.11	0.121	0.129	0.137	0.145	0.151	0.159	0.167	0.174	0.181	0.189	0.197	0.205	0.213	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253	0.26	0.268
0.12	0.131	0.139	0.147	0.155	0.161	0.169	0.176	0.183	0.191	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.253	0.261	0.269	0.277
0.13	0.141	0.149	0.156	0.164	0.171	0.178	0.186	0.193	0.202	0.21	0.217	0.225	0.233	0.24	0.248	0.255	0.263	0.27	0.278	0.285
0.14	0.152	0.159	0.167	0.175	0.181	0.189	0.196	0.202	0.21	0.227	0.235	0.243	0.25	0.257	0.265	0.272	0.28	0.287	0.295	0.303
0.15	0.162	0.17	0.175	0.185	0.191	0.199	0.206	0.212	0.22	0.227	0.235	0.243	0.25	0.257	0.265	0.272	0.28	0.287	0.295	0.303
0.16	0.173	0.18	0.187	0.195	0.201	0.209	0.216	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253	0.261	0.269	0.276	0.283	0.29	0.298	0.306	0.313
0.17	0.183	0.19	0.197	0.205	0.211	0.218	0.226	0.232	0.239	0.247	0.254	0.262	0.27	0.277	0.284	0.291	0.298	0.305	0.313	0.321
0.18	0.192	0.199	0.206	0.214	0.22	0.227	0.234	0.241	0.248	0.255	0.263	0.27	0.279	0.286	0.293	0.3	0.307	0.315	0.322	0.329
0.19	0.202	0.209	0.216	0.224	0.23	0.237	0.244	0.25	0.257	0.265	0.272	0.279	0.286	0.293	0.302	0.309	0.316	0.323	0.33	0.338
0.2	0.212	0.218	0.226	0.233	0.239	0.246	0.253	0.26	0.272	0.279	0.286	0.293	0.301	0.308	0.315	0.322	0.329	0.336	0.343	0.352

Table C.69 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Gamma (4.0) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.019	0.029	0.037	0.047	0.057	0.066	0.076	0.086	0.096	0.106	0.115	0.125	0.135	0.145	0.155	0.165	0.174	0.184	0.195	0.204	
0.02	0.03	0.038	0.047	0.056	0.065	0.075	0.084	0.093	0.102	0.112	0.121	0.13	0.139	0.149	0.159	0.168	0.178	0.188	0.198	0.207	
0.03	0.039	0.047	0.055	0.064	0.073	0.082	0.091	0.1	0.109	0.118	0.127	0.136	0.145	0.155	0.164	0.173	0.182	0.192	0.202	0.211	
0.04	0.049	0.057	0.065	0.073	0.082	0.091	0.1	0.108	0.117	0.126	0.135	0.144	0.152	0.162	0.171	0.179	0.188	0.198	0.207	0.216	
0.05	0.059	0.067	0.074	0.083	0.092	0.1	0.109	0.117	0.126	0.135	0.143	0.152	0.161	0.17	0.179	0.187	0.195	0.204	0.214	0.222	
0.06	0.068	0.076	0.084	0.092	0.101	0.109	0.117	0.126	0.134	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.202	0.211	0.221	0.229	
0.07	0.078	0.086	0.094	0.102	0.11	0.118	0.126	0.134	0.143	0.151	0.16	0.168	0.176	0.184	0.193	0.202	0.21	0.219	0.228	0.236	
0.08	0.087	0.095	0.102	0.111	0.119	0.127	0.135	0.143	0.152	0.16	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.209	0.217	0.226	0.235	0.243	
0.09	0.097	0.105	0.112	0.12	0.129	0.137	0.144	0.152	0.16	0.169	0.177	0.185	0.193	0.201	0.21	0.217	0.225	0.234	0.243	0.25	
0.1	0.107	0.115	0.122	0.13	0.138	0.146	0.154	0.162	0.17	0.178	0.186	0.194	0.202	0.21	0.219	0.226	0.234	0.242	0.251	0.259	
0.11	0.118	0.125	0.132	0.14	0.148	0.156	0.164	0.171	0.179	0.187	0.195	0.203	0.211	0.219	0.227	0.235	0.243	0.251	0.259	0.267	
0.12	0.128	0.135	0.142	0.15	0.158	0.165	0.173	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.22	0.228	0.236	0.243	0.251	0.259	0.268	0.275	
0.13	0.137	0.144	0.151	0.159	0.167	0.175	0.182	0.19	0.197	0.205	0.213	0.221	0.228	0.237	0.245	0.252	0.259	0.267	0.275	0.283	
0.14	0.147	0.154	0.161	0.169	0.177	0.184	0.192	0.199	0.207	0.215	0.222	0.23	0.237	0.245	0.253	0.261	0.268	0.276	0.284	0.291	
0.15	0.157	0.164	0.171	0.178	0.186	0.193	0.201	0.208	0.216	0.223	0.231	0.239	0.246	0.254	0.262	0.269	0.276	0.284	0.292	0.299	
0.16	0.167	0.174	0.18	0.188	0.196	0.203	0.21	0.218	0.225	0.233	0.24	0.248	0.255	0.263	0.271	0.278	0.285	0.293	0.3	0.307	
0.17	0.177	0.184	0.19	0.198	0.206	0.213	0.22	0.227	0.235	0.242	0.25	0.257	0.264	0.272	0.28	0.287	0.294	0.302	0.31	0.317	
0.18	0.187	0.194	0.201	0.209	0.216	0.223	0.23	0.238	0.245	0.252	0.26	0.267	0.274	0.282	0.29	0.297	0.304	0.311	0.319	0.326	
0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.225	0.233	0.24	0.247	0.254	0.262	0.269	0.276	0.283	0.291	0.298	0.306	0.312	0.32	0.328	0.335	
0.2	0.207	0.214	0.221	0.228	0.236	0.243	0.25	0.257	0.264	0.272	0.279	0.286	0.293	0.301	0.308	0.315	0.322	0.33	0.337	0.344	

Table C.70 Sequential Test Power

Ho: Gamma (4.0) Ha: Lognormal (0,1) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		Significance Levels (Q-statistic)										Significance Levels (Skewness)									
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
0.01	0.063	0.074	0.085	0.094	0.104	0.116	0.127	0.14	0.159	0.168	0.178	0.187	0.197	0.208	0.218	0.228	0.239	0.249	0.259	0.268	
0.02	0.094	0.103	0.113	0.122	0.13	0.14	0.149	0.159	0.168	0.178	0.187	0.197	0.208	0.218	0.228	0.239	0.249	0.259	0.271	0.281	
0.03	0.118	0.126	0.135	0.143	0.151	0.16	0.169	0.178	0.186	0.195	0.204	0.212	0.222	0.231	0.24	0.249	0.258	0.266	0.276	0.285	
0.04	0.137	0.146	0.154	0.162	0.17	0.178	0.186	0.195	0.203	0.211	0.219	0.227	0.236	0.245	0.253	0.261	0.269	0.276	0.285	0.294	
0.05	0.155	0.163	0.172	0.179	0.186	0.194	0.202	0.211	0.218	0.226	0.234	0.241	0.249	0.258	0.265	0.273	0.28	0.288	0.296	0.303	
0.06	0.171	0.178	0.187	0.194	0.201	0.209	0.217	0.225	0.232	0.24	0.247	0.255	0.263	0.271	0.278	0.285	0.292	0.299	0.307	0.314	
0.07	0.186	0.194	0.202	0.209	0.216	0.224	0.231	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.276	0.283	0.29	0.298	0.304	0.311	0.318	0.325	
0.08	0.201	0.209	0.217	0.224	0.231	0.238	0.246	0.253	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.296	0.303	0.31	0.316	0.323	0.33	0.337	
0.09	0.216	0.223	0.23	0.238	0.245	0.252	0.267	0.274	0.281	0.288	0.295	0.302	0.309	0.316	0.323	0.329	0.335	0.342	0.348	0.359	
0.1	0.229	0.236	0.244	0.251	0.257	0.264	0.271	0.279	0.286	0.293	0.3	0.306	0.313	0.32	0.327	0.333	0.345	0.352	0.362	0.371	
0.11	0.24	0.248	0.256	0.262	0.269	0.276	0.283	0.29	0.297	0.304	0.311	0.317	0.324	0.331	0.337	0.344	0.35	0.355	0.362	0.368	
0.12	0.253	0.26	0.268	0.275	0.282	0.288	0.295	0.302	0.309	0.316	0.323	0.33	0.336	0.343	0.349	0.355	0.361	0.367	0.373	0.38	
0.13	0.265	0.272	0.28	0.287	0.293	0.3	0.307	0.314	0.321	0.327	0.334	0.34	0.347	0.354	0.36	0.366	0.372	0.377	0.384	0.39	
0.14	0.278	0.285	0.293	0.299	0.306	0.312	0.319	0.326	0.333	0.339	0.346	0.352	0.359	0.366	0.372	0.378	0.383	0.389	0.395	0.401	
0.15	0.29	0.297	0.305	0.311	0.318	0.324	0.331	0.338	0.344	0.351	0.357	0.363	0.37	0.377	0.382	0.389	0.394	0.399	0.405	0.411	
0.16	0.301	0.308	0.316	0.322	0.328	0.335	0.341	0.348	0.355	0.361	0.367	0.373	0.38	0.387	0.392	0.398	0.404	0.409	0.415	0.421	
0.17	0.311	0.318	0.325	0.332	0.338	0.344	0.351	0.358	0.364	0.37	0.377	0.383	0.389	0.395	0.401	0.407	0.412	0.418	0.424	0.43	
0.18	0.32	0.327	0.334	0.341	0.347	0.353	0.36	0.366	0.373	0.379	0.385	0.391	0.4	0.407	0.413	0.419	0.424	0.426	0.432	0.438	
0.19	0.329	0.336	0.343	0.35	0.362	0.369	0.375	0.382	0.388	0.394	0.4	0.407	0.413	0.419	0.424	0.429	0.435	0.441	0.446	0.45	
0.2	0.339	0.345	0.353	0.365	0.372	0.378	0.385	0.391	0.397	0.404	0.416	0.422	0.428	0.433	0.438	0.443	0.449	0.455	0.461	0.468	

Table C.71 Sequential Test Power Ho: Gamma (4.0) Ha: Lognormal (0,2) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.241	0.249	0.258	0.267	0.275	0.284	0.293	0.302	0.311	0.322	0.333	0.347	0.356	0.373	0.396	0.409	0.422	0.431	0.442		
0.02	0.287	0.304	0.312	0.32	0.327	0.334	0.34	0.348	0.353	0.36	0.366	0.374	0.381	0.388	0.396	0.404	0.412	0.42	0.431	0.442	
0.03	0.331	0.338	0.346	0.353	0.36	0.366	0.372	0.379	0.384	0.39	0.395	0.402	0.407	0.414	0.419	0.426	0.432	0.438	0.445	0.452	
0.04	0.358	0.365	0.372	0.379	0.386	0.392	0.398	0.404	0.41	0.414	0.419	0.425	0.43	0.441	0.447	0.452	0.457	0.463	0.469		
0.05	0.379	0.386	0.394	0.401	0.407	0.413	0.419	0.425	0.43	0.435	0.44	0.445	0.45	0.456	0.461	0.466	0.471	0.476	0.481	0.486	
0.06	0.397	0.404	0.411	0.418	0.424	0.43	0.436	0.442	0.446	0.452	0.456	0.462	0.467	0.472	0.477	0.482	0.487	0.491	0.496	0.501	
0.07	0.413	0.42	0.427	0.434	0.44	0.446	0.452	0.458	0.462	0.467	0.471	0.477	0.482	0.487	0.491	0.496	0.501	0.505	0.51	0.514	
0.08	0.428	0.435	0.442	0.449	0.455	0.46	0.466	0.472	0.476	0.481	0.485	0.491	0.495	0.5	0.505	0.51	0.514	0.518	0.523	0.527	
0.09	0.442	0.448	0.455	0.463	0.468	0.474	0.479	0.485	0.489	0.494	0.499	0.504	0.509	0.513	0.518	0.523	0.527	0.531	0.535	0.54	
0.1	0.454	0.461	0.468	0.475	0.481	0.487	0.492	0.498	0.502	0.507	0.511	0.516	0.525	0.53	0.535	0.539	0.543	0.547	0.551		
0.11	0.465	0.472	0.479	0.485	0.492	0.497	0.503	0.508	0.512	0.517	0.521	0.527	0.531	0.536	0.54	0.545	0.549	0.553	0.557	0.561	
0.12	0.477	0.484	0.491	0.498	0.504	0.509	0.514	0.52	0.524	0.529	0.533	0.538	0.542	0.547	0.551	0.556	0.56	0.564	0.568	0.572	
0.13	0.488	0.495	0.502	0.509	0.515	0.52	0.525	0.531	0.535	0.54	0.544	0.549	0.553	0.558	0.562	0.567	0.571	0.575	0.579	0.583	
0.14	0.498	0.505	0.512	0.519	0.525	0.53	0.535	0.541	0.545	0.55	0.554	0.559	0.563	0.568	0.572	0.577	0.581	0.584	0.588	0.592	
0.15	0.507	0.514	0.521	0.528	0.534	0.539	0.544	0.55	0.554	0.558	0.563	0.568	0.572	0.577	0.581	0.585	0.59	0.593	0.597	0.601	
0.16	0.516	0.523	0.53	0.537	0.542	0.548	0.553	0.559	0.563	0.567	0.571	0.576	0.581	0.585	0.59	0.594	0.598	0.602	0.606	0.61	
0.17	0.525	0.532	0.538	0.545	0.551	0.556	0.561	0.566	0.567	0.571	0.574	0.578	0.582	0.586	0.59	0.594	0.598	0.602	0.606	0.614	
0.18	0.533	0.54	0.546	0.553	0.559	0.564	0.57	0.575	0.579	0.584	0.588	0.593	0.597	0.601	0.606	0.61	0.614	0.618	0.622	0.625	
0.19	0.541	0.548	0.556	0.562	0.567	0.573	0.578	0.583	0.587	0.592	0.596	0.601	0.605	0.609	0.613	0.618	0.622	0.626	0.629	0.633	
0.2	0.549	0.556	0.563	0.57	0.575	0.581	0.586	0.591	0.595	0.6	0.604	0.608	0.613	0.617	0.621	0.626	0.63	0.633	0.637	0.641	

Table C.72 Sequential Test Power Ho: Gamma (4.0) Ha: Normal (10,1) n = 5

		Significance Levels (α -statistic)																			
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.023	0.031	0.038	0.047	0.055	0.065	0.073	0.082	0.091	0.101	0.11	0.119	0.128	0.137	0.145	0.153	0.163	0.171	0.179	0.189	
0.02	0.036	0.044	0.052	0.06	0.068	0.077	0.085	0.093	0.104	0.113	0.121	0.129	0.138	0.146	0.155	0.163	0.171	0.178	0.185	0.197	
0.03	0.05	0.057	0.065	0.073	0.08	0.089	0.097	0.107	0.115	0.124	0.132	0.14	0.148	0.156	0.165	0.173	0.181	0.189	0.197	0.206	
0.04	0.062	0.067	0.073	0.077	0.085	0.092	0.101	0.109	0.118	0.126	0.135	0.143	0.15	0.159	0.167	0.175	0.184	0.191	0.199	0.216	
0.05	0.076	0.083	0.09	0.098	0.105	0.11	0.117	0.126	0.133	0.142	0.15	0.158	0.166	0.173	0.182	0.189	0.197	0.205	0.213	0.221	
0.06	0.088	0.095	0.102	0.11	0.117	0.126	0.133	0.142	0.15	0.161	0.169	0.176	0.184	0.192	0.2	0.207	0.215	0.223	0.23	0.246	
0.07	0.1	0.107	0.114	0.121	0.128	0.137	0.144	0.153	0.161	0.169	0.176	0.184	0.192	0.20	0.211	0.226	0.233	0.241	0.248	0.256	
0.08	0.112	0.119	0.126	0.133	0.14	0.148	0.156	0.165	0.172	0.18	0.188	0.195	0.203	0.211	0.218	0.226	0.233	0.241	0.248		
0.09	0.124	0.131	0.138	0.145	0.152	0.16	0.167	0.176	0.184	0.192	0.199	0.206	0.214	0.222	0.229	0.237	0.244	0.252	0.258		
0.1	0.135	0.142	0.149	0.156	0.163	0.171	0.178	0.187	0.194	0.202	0.209	0.216	0.224	0.232	0.239	0.247	0.254	0.261	0.268	0.276	
0.11	0.146	0.153	0.16	0.167	0.174	0.182	0.189	0.197	0.204	0.212	0.219	0.226	0.235	0.242	0.249	0.257	0.263	0.271	0.277	0.285	
0.12	0.159	0.165	0.172	0.179	0.186	0.194	0.201	0.209	0.216	0.224	0.231	0.238	0.246	0.254	0.261	0.268	0.275	0.282	0.289	0.297	
0.13	0.171	0.178	0.184	0.191	0.198	0.206	0.213	0.221	0.228	0.236	0.243	0.25	0.258	0.265	0.272	0.28	0.286	0.293	0.3	0.307	
0.14	0.182	0.189	0.196	0.202	0.209	0.217	0.224	0.232	0.239	0.246	0.254	0.261	0.268	0.276	0.283	0.29	0.297	0.304	0.31	0.318	
0.15	0.194	0.201	0.207	0.214	0.221	0.228	0.235	0.242	0.249	0.256	0.263	0.27	0.278	0.284	0.291	0.307	0.314	0.321	0.328		
0.16	0.204	0.211	0.217	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.259	0.267	0.274	0.281	0.289	0.296	0.303	0.31	0.317	0.323	0.33	0.337	
0.17	0.216	0.223	0.229	0.236	0.242	0.25	0.256	0.264	0.271	0.278	0.285	0.292	0.3	0.307	0.314	0.321	0.327	0.334	0.34	0.348	
0.18	0.226	0.233	0.239	0.246	0.252	0.26	0.266	0.274	0.281	0.289	0.296	0.302	0.309	0.317	0.323	0.33	0.337	0.344	0.35	0.357	
0.19	0.236	0.242	0.249	0.255	0.262	0.269	0.276	0.284	0.291	0.297	0.304	0.311	0.319	0.326	0.333	0.339	0.346	0.353	0.359	0.366	
0.2	0.247	0.253	0.259	0.266	0.272	0.279	0.286	0.293	0.301	0.307	0.314	0.32	0.328	0.335	0.342	0.349	0.356	0.362	0.368	0.375	

Table C.73 Sequential Test Power Ho: Gamma (4.0) Ha: Weibull (1,2) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.018	0.027	0.036	0.044	0.054	0.063	0.071	0.081	0.091	0.1	0.109	0.12	0.13	0.139	0.149	0.159	0.168	0.178	0.187	0.197		
0.02	0.027	0.036	0.044	0.053	0.062	0.07	0.078	0.088	0.097	0.106	0.115	0.125	0.135	0.144	0.154	0.163	0.172	0.182	0.191	0.201		
0.03	0.037	0.045	0.054	0.062	0.071	0.079	0.087	0.096	0.105	0.114	0.122	0.132	0.141	0.15	0.16	0.169	0.177	0.187	0.196	0.206		
0.04	0.047	0.055	0.064	0.072	0.08	0.088	0.096	0.105	0.113	0.122	0.131	0.14	0.149	0.158	0.167	0.176	0.184	0.194	0.202	0.212		
0.05	0.057	0.065	0.073	0.081	0.089	0.097	0.105	0.114	0.122	0.131	0.139	0.148	0.157	0.165	0.174	0.184	0.191	0.201	0.21	0.219		
0.06	0.067	0.075	0.083	0.091	0.099	0.107	0.114	0.123	0.131	0.14	0.148	0.157	0.165	0.173	0.182	0.192	0.199	0.208	0.217	0.226		
0.07	0.076	0.084	0.092	0.099	0.107	0.115	0.122	0.131	0.139	0.148	0.156	0.165	0.173	0.181	0.19	0.199	0.207	0.216	0.224	0.233		
0.08	0.085	0.093	0.101	0.108	0.116	0.124	0.131	0.14	0.148	0.156	0.164	0.173	0.181	0.189	0.198	0.207	0.214	0.223	0.231	0.24		
0.09	0.094	0.102	0.111	0.117	0.125	0.133	0.14	0.149	0.156	0.165	0.172	0.181	0.189	0.197	0.206	0.215	0.222	0.231	0.239	0.247		
0.1	0.104	0.112	0.119	0.127	0.134	0.142	0.149	0.157	0.165	0.173	0.181	0.189	0.198	0.205	0.214	0.222	0.23	0.238	0.246	0.255		
0.11	0.113	0.121	0.128	0.136	0.143	0.151	0.158	0.166	0.174	0.182	0.189	0.198	0.206	0.214	0.222	0.23	0.237	0.246	0.253	0.262		
0.12	0.123	0.131	0.139	0.146	0.153	0.16	0.167	0.176	0.183	0.191	0.199	0.207	0.215	0.223	0.231	0.239	0.246	0.254	0.262	0.27		
0.13	0.133	0.141	0.148	0.155	0.163	0.17	0.177	0.185	0.192	0.202	0.21	0.225	0.235	0.241	0.249	0.259	0.264	0.272	0.279	0.287		
0.14	0.143	0.151	0.158	0.165	0.173	0.179	0.187	0.195	0.204	0.211	0.219	0.226	0.234	0.242	0.25	0.257	0.266	0.272	0.281	0.288	0.296	
0.15	0.153	0.161	0.168	0.175	0.182	0.189	0.196	0.204	0.211	0.219	0.226	0.234	0.242	0.25	0.257	0.266	0.274	0.281	0.289	0.296	0.304	
0.16	0.162	0.17	0.177	0.184	0.191	0.198	0.205	0.213	0.22	0.228	0.235	0.243	0.251	0.258	0.266	0.274	0.283	0.291	0.297	0.305	0.313	
0.17	0.172	0.179	0.186	0.193	0.2	0.207	0.214	0.222	0.229	0.237	0.244	0.252	0.259	0.267	0.275	0.283	0.291	0.298	0.305	0.313	0.321	
0.18	0.181	0.188	0.195	0.202	0.209	0.216	0.223	0.231	0.238	0.246	0.252	0.26	0.268	0.275	0.283	0.291	0.298	0.305	0.313	0.321	0.33	
0.19	0.19	0.198	0.205	0.212	0.219	0.226	0.232	0.24	0.247	0.255	0.262	0.27	0.277	0.284	0.292	0.3	0.307	0.315	0.322	0.33	0.331	
0.2	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.235	0.242	0.25	0.257	0.265	0.272	0.279	0.287	0.294	0.302	0.309	0.316	0.324	0.331	0.339	0.339	

Table C.74 Sequential Test Power Ho: Gamma (4.0) Ha: Weibull (1,3) n = 5

		Significance Levels (Q-statistic)																				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	
0.01	0.028	0.037	0.045	0.053	0.062	0.071	0.081	0.091	0.098	0.108	0.117	0.126	0.136	0.145	0.155	0.164	0.172	0.18	0.19			
0.02	0.031	0.04	0.048	0.056	0.064	0.072	0.081	0.09	0.098	0.107	0.115	0.125	0.134	0.144	0.152	0.162	0.17	0.178	0.187	0.196		
0.03	0.043	0.051	0.06	0.068	0.075	0.083	0.091	0.1	0.108	0.117	0.125	0.135	0.143	0.153	0.162	0.171	0.179	0.187	0.195	0.204		
0.04	0.056	0.064	0.072	0.08	0.087	0.095	0.104	0.112	0.12	0.128	0.136	0.146	0.154	0.164	0.172	0.181	0.189	0.196	0.204	0.213		
0.05	0.068	0.076	0.084	0.091	0.099	0.107	0.115	0.123	0.131	0.139	0.147	0.156	0.164	0.173	0.182	0.19	0.198	0.205	0.213	0.222	0.231	
0.06	0.079	0.087	0.095	0.102	0.11	0.117	0.125	0.133	0.141	0.149	0.157	0.166	0.174	0.183	0.191	0.199	0.207	0.214	0.222	0.231	0.24	
0.07	0.089	0.097	0.105	0.112	0.119	0.127	0.135	0.143	0.15	0.158	0.166	0.175	0.183	0.192	0.199	0.207	0.215	0.222	0.23	0.239		
0.08	0.1	0.108	0.116	0.123	0.13	0.138	0.145	0.153	0.16	0.168	0.176	0.184	0.192	0.201	0.209	0.217	0.224	0.231	0.239	0.247		
0.09	0.111	0.118	0.126	0.133	0.14	0.148	0.155	0.163	0.17	0.178	0.186	0.194	0.202	0.211	0.218	0.226	0.233	0.24	0.248	0.257		
0.1	0.122	0.129	0.137	0.144	0.151	0.158	0.166	0.174	0.181	0.189	0.196	0.204	0.212	0.221	0.228	0.236	0.243	0.25	0.268	0.266		
0.11	0.132	0.139	0.147	0.154	0.161	0.168	0.176	0.183	0.19	0.198	0.205	0.214	0.221	0.229	0.237	0.245	0.252	0.259	0.266	0.275		
0.12	0.144	0.151	0.159	0.166	0.172	0.178	0.187	0.195	0.202	0.209	0.216	0.225	0.232	0.241	0.248	0.256	0.263	0.27	0.277	0.286		
0.13	0.155	0.162	0.169	0.176	0.183	0.19	0.197	0.205	0.212	0.219	0.226	0.235	0.242	0.251	0.258	0.265	0.272	0.279	0.286	0.294		
0.14	0.166	0.173	0.18	0.187	0.194	0.201	0.208	0.215	0.222	0.229	0.237	0.245	0.253	0.261	0.269	0.276	0.283	0.29	0.297	0.305		
0.15	0.176	0.183	0.19	0.197	0.204	0.211	0.218	0.225	0.232	0.239	0.246	0.254	0.262	0.27	0.277	0.285	0.292	0.298	0.306	0.314		
0.16	0.187	0.193	0.201	0.207	0.214	0.221	0.228	0.235	0.242	0.249	0.256	0.264	0.272	0.28	0.287	0.294	0.301	0.308	0.315	0.323		
0.17	0.197	0.204	0.211	0.218	0.224	0.231	0.238	0.245	0.252	0.26	0.268	0.275	0.282	0.29	0.297	0.304	0.311	0.317	0.325	0.332		
0.18	0.208	0.214	0.222	0.229	0.235	0.241	0.248	0.255	0.262	0.269	0.276	0.284	0.292	0.3	0.306	0.314	0.321	0.327	0.334	0.342		
0.19	0.218	0.225	0.232	0.239	0.245	0.252	0.259	0.266	0.273	0.28	0.286	0.294	0.302	0.316	0.324	0.33	0.337	0.344	0.351	0.359		
0.2	0.228	0.235	0.242	0.249	0.255	0.261	0.268	0.276	0.283	0.29	0.298	0.304	0.311	0.319	0.325	0.333	0.34	0.346	0.353	0.36		

Appendix D. Individual Skewness and Q-statistic Test Power Results (Two-sided)

D.1 Skewness Test Results

Table D.1 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.062	0.688	0.962	1
0.05	0.215	0.886	0.994	1
0.10	0.32	0.943	0.998	1
0.20	0.475	0.977	1	1

Table D.2 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (2,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.056	0.677	0.959	1
0.05	0.217	0.874	0.994	1
0.10	0.315	0.935	0.998	1
0.20	0.471	0.973	1	1

Table D.3 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (0.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.009	0.011	0.011	0.01
0.05	0.05	0.051	0.052	0.049
0.10	0.101	0.1	0.103	0.097
0.20	0.202	0.2	0.206	0.201

Table D.4 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (2.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.021	0.132	0.222	0.406
0.05	0.103	0.292	0.411	0.6
0.10	0.162	0.395	0.52	0.693
0.20	0.276	0.528	0.644	0.789

Table D.5 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (4.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.027	0.207	0.348	0.607
0.05	0.125	0.396	0.552	0.771
0.10	0.193	0.507	0.656	0.834
0.20	0.314	0.633	0.762	0.893

Table D.6 Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.033	0.039	0.058
0.05	0.057	0.103	0.113	0.14
0.10	0.105	0.17	0.185	0.219
0.20	0.209	0.283	0.303	0.34

Table D.7 Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.052	0.174	0.229	0.338
0.05	0.137	0.278	0.352	0.528
0.10	0.209	0.351	0.439	0.641
0.20	0.323	0.453	0.569	0.764

Table D.8 Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Uniform (10,15)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.065	0.683	0.962	1
0.05	0.215	0.883	0.994	1
0.10	0.323	0.941	0.998	1
0.20	0.48	0.975	0.999	1

Table D.9 Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.034	0.308	0.549	0.866
0.05	0.147	0.535	0.757	0.949
0.10	0.222	0.652	0.838	0.972
0.20	0.353	0.766	0.905	0.987

Table D.10 Skewness Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Weibull (1,3)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.055	0.568	0.857	0.994
0.05	0.211	0.774	0.947	0.999
0.10	0.3	0.852	0.972	1
0.20	0.445	0.918	0.987	1

Table D.11 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Beta (1,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.018	0.065	0.2	0.692
0.05	0.071	0.232	0.489	0.91
0.10	0.127	0.369	0.648	0.963
0.20	0.234	0.548	0.804	0.989

Table D.12 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Beta (2,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.014	0.074	0.202	0.686
0.05	0.068	0.238	0.481	0.906
0.10	0.125	0.37	0.639	0.959
0.20	0.234	0.539	0.795	0.988

Table D.13 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Gamma (2.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.011	0.01	0.011
0.05	0.051	0.052	0.05	0.051
0.10	0.1	0.1	0.099	0.102
0.20	0.2	0.199	0.199	0.201

Table D.14 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Gamma (3.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.01	0.009	0.009
0.05	0.05	0.051	0.049	0.05
0.10	0.101	0.101	0.097	0.102
0.20	0.199	0.201	0.198	0.202

Table D.15 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Gamma (4.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.011	0.012	0.012	0.016
0.05	0.05	0.056	0.058	0.067
0.10	0.099	0.108	0.112	0.123
0.20	0.2	0.21	0.217	0.229

Table D.16 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.049	0.153	0.226	0.407
0.05	0.135	0.288	0.409	0.642
0.10	0.206	0.387	0.526	0.757
0.20	0.318	0.516	0.663	0.856

Table D.17 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.22	0.449	0.629	0.891
0.05	0.351	0.644	0.824	0.976
0.10	0.425	0.744	0.898	0.991
0.20	0.522	0.841	0.954	0.997

Table D.18 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Uniform (10,15)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.019	0.071	0.202	0.691
0.05	0.076	0.235	0.489	0.909
0.10	0.129	0.367	0.648	0.963
0.20	0.232	0.544	0.805	0.989

Table D.19 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.015	0.025	0.055
0.05	0.05	0.068	0.097	0.174
0.10	0.098	0.128	0.169	0.271
0.20	0.197	0.238	0.287	0.413

Table D.20 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,3)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.014	0.074	0.16	0.441
0.05	0.066	0.206	0.365	0.684
0.10	0.124	0.311	0.492	0.788
0.20	0.234	0.453	0.638	0.881

D.2 Q-statistic Test Results

Table D.21 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.005	0.041	0.213	0.839
0.05	0.032	0.193	0.553	0.979
0.10	0.07	0.34	0.741	0.995
0.20	0.157	0.553	0.891	0.999

Table D.22 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (2,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.003	0.008	0.03	0.244
0.05	0.02	0.056	0.175	0.657
0.10	0.05	0.129	0.338	0.833
0.20	0.125	0.285	0.575	0.95

Table D.23 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (0.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.011	0.01	0.01
0.05	0.049	0.051	0.051	0.049
0.10	0.1	0.1	0.104	0.099
0.20	0.201	0.202	0.207	0.201

Table D.24 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (2.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.003	0.003	0.006	0.017
0.05	0.022	0.024	0.042	0.103
0.10	0.052	0.058	0.095	0.199
0.20	0.122	0.146	0.207	0.362

Table D.25 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (4.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.003	0.002	0.004	0.017
0.05	0.02	0.023	0.039	0.103
0.10	0.049	0.054	0.093	0.211
0.20	0.12	0.139	0.207	0.39

Table D.26 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5)Ha: Lognormal (0,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.006	0.023	0.032	0.06
0.05	0.037	0.075	0.093	0.141
0.10	0.08	0.126	0.152	0.209
0.20	0.173	0.227	0.261	0.321

Table D.27 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5)Ha: Lognormal (0,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.042	0.208	0.33	0.651
0.05	0.125	0.321	0.478	0.777
0.10	0.201	0.4	0.563	0.832
0.20	0.32	0.508	0.663	0.885

Table D.28 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5)Ha: Uniform (10,15)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.004	0.041	0.215	0.84
0.05	0.03	0.192	0.553	0.98
0.10	0.068	0.335	0.74	0.995
0.20	0.157	0.548	0.89	0.999

Table D.29 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5)Ha: Weibull (1,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.003	0.003	0.008	0.037
0.05	0.02	0.025	0.058	0.204
0.10	0.046	0.067	0.136	0.367
0.20	0.116	0.167	0.29	0.589

Table D.30 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5)Ha: Weibull (1,3)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.003	0.002	0.006	0.029
0.05	0.019	0.021	0.047	0.186
0.10	0.043	0.057	0.118	0.356
0.20	0.11	0.152	0.271	0.596

Table D.31 Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (1,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.015	0.067	0.21	0.67
0.05	0.066	0.212	0.457	0.884
0.10	0.124	0.327	0.604	0.942
0.20	0.226	0.48	0.756	0.977

Table D.32 Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Beta (2,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.014	0.03	0.103
0.05	0.049	0.064	0.118	0.312
0.10	0.098	0.123	0.211	0.461
0.20	0.193	0.233	0.357	0.644

Table D.33 Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (2.5)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.011	0.012	0.012	0.012
0.05	0.053	0.057	0.057	0.057
0.10	0.103	0.107	0.108	0.112
0.20	0.203	0.207	0.212	0.213

Table D.34 Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (3.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
0.05	0.05	0.052	0.049	0.049
0.10	0.101	0.1	0.1	0.1
0.20	0.201	0.198	0.203	0.197

Table D.35 Q-statistic Test H_0 : Gamma (3.0) H_a : Gamma (4.0)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.01	0.009	0.007	0.008
0.05	0.051	0.048	0.042	0.043
0.10	0.102	0.092	0.09	0.089
0.20	0.199	0.188	0.189	0.182

Table D.36 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,1)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.022	0.125	0.204	0.422
0.05	0.088	0.234	0.337	0.569
0.10	0.16	0.31	0.423	0.651
0.20	0.276	0.425	0.533	0.734

Table D.37 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.099	0.433	0.658	0.936
0.05	0.224	0.566	0.772	0.967
0.10	0.315	0.634	0.825	0.979
0.20	0.437	0.719	0.876	0.987

Table D.38 Skewness Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Uniform (10,15)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.014	0.066	0.212	0.666
0.05	0.063	0.21	0.458	0.884
0.10	0.122	0.322	0.602	0.942
0.20	0.229	0.475	0.756	0.978

Table D.39 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,2)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.009	0.007	0.008	0.011
0.05	0.047	0.037	0.041	0.057
0.10	0.096	0.082	0.085	0.112
0.20	0.192	0.173	0.179	0.213

Table D.40 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,3)

Significance Level	Sample Size			
	5	15	25	50
0.01	0.009	0.005	0.006	0.008
0.05	0.045	0.03	0.031	0.044
0.10	0.091	0.067	0.067	0.092
0.20	0.184	0.152	0.15	0.188

Appendix E. Directional Skewness and Q-statistic Test Power Results (One-sided)

E.1 Skewness Test Results

Table E.1 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.108	0.32	0.471	0.58	0.666
15	0.776	0.938	0.974	0.986	0.992
25	0.981	0.998	1	1	1
50	1	1	1	1	1

Table E.2 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (2,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.104	0.314	0.472	0.588	0.675
15	0.774	0.935	0.973	0.986	0.992
25	0.98	0.998	0.999	1	1
50	1	1	1	1	1

Table E.3 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (1.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.03	0.121	0.211	0.298	0.376
15	0.102	0.262	0.379	0.465	0.538
25	0.156	0.342	0.465	0.55	0.617
50	0.249	0.461	0.584	0.664	0.719

Table E.4 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Gamma (2.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.043	0.161	0.267	0.36	0.442
15	0.187	0.394	0.521	0.608	0.674
25	0.29	0.521	0.642	0.716	0.767
50	0.485	0.689	0.783	0.836	0.871

Table E.5 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Lognormal (0,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.004	0.032	0.074	0.118	0.165
15	0.03	0.088	0.144	0.198	0.247
25	0.042	0.116	0.182	0.241	0.292
50	0.068	0.17	0.254	0.32	0.375

Table E.6 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Lognormal (0,2)\

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.074	0.185	0.271	0.339	0.396
15	0.211	0.344	0.437	0.515	0.589
25	0.275	0.437	0.563	0.649	0.711
50	0.405	0.641	0.763	0.826	0.871

Table E.7 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Uniform (10,15)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.108	0.321	0.474	0.589	0.673
15	0.779	0.94	0.975	0.988	0.993
25	0.982	0.999	1	1	1
50	1	1	1	1	1

Table E.8 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.067	0.223	0.351	0.456	0.543
15	0.396	0.652	0.768	0.832	0.876
25	0.637	0.831	0.902	0.936	0.956
50	0.907	0.971	0.987	0.993	0.996

Table E.9 Skewness Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,3)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.102	0.293	0.439	0.553	0.639
15	0.659	0.853	0.916	0.947	0.965
25	0.899	0.971	0.987	0.992	0.995
50	0.996	0.999	1	1	1

Table E.10 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Beta (1,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.031	0.114	0.2	0.286	0.361
15	0.12	0.371	0.544	0.659	0.743
25	0.302	0.646	0.8	0.879	0.925
50	0.799	0.962	0.989	0.996	0.998

Table E.11 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Beta (2,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.026	0.109	0.2	0.282	0.356
15	0.123	0.371	0.544	0.655	0.737
25	0.306	0.644	0.799	0.877	0.924
50	0.791	0.958	0.987	0.995	0.998

Table E.12 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (1.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.018	0.081	0.149	0.211	0.269
15	0.033	0.112	0.198	0.274	0.347
25	0.035	0.134	0.233	0.319	0.394
50	0.046	0.172	0.29	0.386	0.469

Table E.13 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (2.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.012	0.056	0.11	0.164	0.217
15	0.015	0.062	0.119	0.177	0.232
25	0.014	0.067	0.128	0.186	0.242
50	0.015	0.071	0.134	0.196	0.253

Table E.14 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Weibull (1,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.015	0.069	0.131	0.193	0.253
15	0.028	0.117	0.207	0.287	0.362
25	0.044	0.164	0.273	0.366	0.447
50	0.095	0.275	0.415	0.518	0.601

Table E.15 Skewness Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Weibull (1,3)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.024	0.108	0.197	0.27	0.34
15	0.113	0.309	0.449	0.55	0.627
25	0.231	0.489	0.635	0.727	0.789
50	0.541	0.786	0.878	0.924	0.951

E.2 Q-statistic Test Results

Table E.16 Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (1,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.008	0.056	0.124	0.198	0.274
15	0.085	0.332	0.544	0.681	0.781
25	0.328	0.736	0.889	0.949	0.976
50	0.924	0.995	1	1	1

Table E.17 Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Beta (2,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.005	0.038	0.09	0.154	0.221
15	0.02	0.131	0.288	0.425	0.549
25	0.059	0.331	0.57	0.725	0.824
50	0.402	0.832	0.947	0.981	0.992

Table E.18 Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Gamma (2.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.004	0.032	0.078	0.13	0.187
15	0.007	0.056	0.135	0.215	0.295
25	0.012	0.092	0.202	0.307	0.404
50	0.038	0.199	0.364	0.492	0.595

Table E.19 Q-statistic Test H_0 : Gamma (0.5) H_a : Lognormal (0,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.007	0.044	0.095	0.146	0.198
15	0.031	0.096	0.16	0.219	0.273
25	0.044	0.126	0.196	0.258	0.314
50	0.079	0.184	0.272	0.337	0.397

Table E.20 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Lognormal (0,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.058	0.162	0.245	0.308	0.367
15	0.251	0.397	0.491	0.563	0.617
25	0.381	0.562	0.659	0.718	0.764
50	0.701	0.83	0.883	0.913	0.932

Table E.21 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Uniform (10,15)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.008	0.057	0.128	0.201	0.277
15	0.088	0.335	0.552	0.689	0.785
25	0.328	0.735	0.891	0.949	0.974
50	0.92	0.995	0.999	1	1

Table E.22 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.005	0.032	0.08	0.134	0.193
15	0.008	0.066	0.162	0.263	0.362
25	0.017	0.136	0.284	0.422	0.538
50	0.083	0.368	0.597	0.734	0.824

Table E.23 Q-statistic Test Ho: Gamma (0.5) Ha: Weibull (1,3)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.004	0.031	0.072	0.126	0.185
15	0.006	0.057	0.148	0.247	0.345
25	0.012	0.118	0.267	0.408	0.53
50	0.068	0.359	0.602	0.755	0.849

Table E.24 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Beta (1,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.021	0.09	0.162	0.233	0.295
15	0.112	0.319	0.471	0.579	0.664
25	0.305	0.602	0.753	0.836	0.886
50	0.768	0.941	0.977	0.99	0.995

Table E.25 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Beta (2,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.013	0.06	0.12	0.18	0.24
15	0.028	0.124	0.227	0.319	0.401
25	0.052	0.204	0.351	0.468	0.564
50	0.174	0.46	0.64	0.751	0.825

Table E.26 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (1.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.012	0.057	0.112	0.162	0.213
15	0.021	0.077	0.137	0.191	0.243
25	0.025	0.088	0.153	0.212	0.265
50	0.032	0.108	0.177	0.239	0.298

Table E.27 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0) Ha: Gamma (2.5)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.011	0.051	0.102	0.154	0.269
15	0.012	0.056	0.109	0.161	0.347
25	0.012	0.056	0.11	0.161	0.394
50	0.014	0.062	0.115	0.168	0.469

Table E.28 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,1)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.029	0.106	0.177	0.24	0.296
15	0.153	0.282	0.371	0.435	0.491
25	0.251	0.409	0.505	0.573	0.625
50	0.477	0.647	0.725	0.776	0.812

Table E.29 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Lognormal (0,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.126	0.259	0.345	0.407	0.458
15	0.481	0.625	0.701	0.748	0.783
25	0.707	0.824	0.873	0.901	0.92
50	0.95	0.978	0.987	0.99	0.993

Table E.30 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,2)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.011	0.052	0.102	0.154	0.206
15	0.014	0.062	0.121	0.184	0.245
25	0.015	0.072	0.146	0.214	0.278
50	0.023	0.106	0.2	0.283	0.362

Table E.31 Q-statistic Test Ho: Gamma (3.0)Ha: Weibull (1,3)

Sample Size	Significance Level				
	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
5	0.009	0.045	0.091	0.138	0.184
15	0.005	0.03	0.067	0.108	0.152
25	0.006	0.031	0.067	0.108	0.15
50	0.008	0.044	0.092	0.14	0.188

Appendix F. MATLAB Code

F.1 Critical Values (Shape Value 0.5)

```

theta=1

beta =0.5

delta=0

a=1/(theta^beta);

b=beta;

numsamples=100000;

icount=[1:numsamples];

mrank=(icount-0.3)./(numsamples+0.4);

for n=5:5:50

sprintf('Starting sample size n=%d\n',n)
skew=zeros(1,numsamples);
hq=zeros(1,numsamples);

for i=1:numsamples
x=gamrnd(b,a,1,n)+delta;
skew(i)=skewness(x);
hq(i)=hoggq(x);

if rem(i,1000) == 0 disp(i); end
end

disp('Finished Generating')

skew=sort(skew);
hq=sort(hq);

```

```

disp('Sorted')

alpha = 0.005;
step = 0.005;

while alpha<0.21
if alpha <=0.10
j=round(alpha*200);
else
j=round((alpha+0.10)*100);
end%if

i=round(n/5);

skewuptail05(i,j)=interp1(mrank,skew,1-alpha);
skewlotail05(i,j)=interp1(mrank,skew,alpha);
hquptail05(i,j)=interp1(mrank,hq,1-alpha);
hqlotail05(i,j)=interp1(mrank,hq,alpha);

if alpha>=0.10
step=0.01;
end

alpha=alpha+step;
end

sprintf('Done with sample size %d\n',n)
end

disp('Saving and Writing to files')
save skewcrit05 skewuptail05 skewlotail05;
save hqcrit05 hquptail05 hqlotail05;

format='%
%4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f
%4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f
%4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f %4.3f
%4.3f %4.3f %4.3f\n';

```

```

table=[col'skewuptail05'];
file1=fopen('skewup05.txt','w');
fprintf(file1,'Critical Values for Skewness -- Upper
Tail\n');
fprintf(file1,'Shape=%d\n',beta);
fprintf(file1,'\n');
fprintf(file1,format,table');
fclose(file1);

table=[col'skewlottail05'];
file2=fopen('skewlo05.txt','w');
fprintf(file2,'Critical Values for Skewness -- Lower
Tail\n');
fprintf(file2,'Shape=%d\n',beta);
fprintf(file2,'\n');
fprintf(file2,format,table');
fclose(file2);

table=[col'hquptail05'];
file3=fopen('hqup05.txt','w');
fprintf(file3,'Critical Values for hq -- Upper Tail\n');
fprintf(file3,'Shape=%d\n',beta);
fprintf(file3,'\n');
fprintf(file3,format,table');
fclose(file3);

table=[col'hqlotail05'];
file4=fopen('hqlo05.txt','w');
fprintf(file4,'Critical Values for hq -- Lower Tail\n');
fprintf(file4,'Shape=%d\n',beta);
fprintf(file4,'\n');
fprintf(file4,format,table');
fclose(file4);

```

F.2 Significance Level (Shape Value 0.5)

```
theta=1  
beta =0.5  
delta=0  
  
a=1/(theta^beta);  
b=beta;  
numsamples=100000;  
  
load hqcrit05;  
load skewcrit05;  
  
A=zeros(20,20,10);  
  
for n=5:5:50  
    sprintf('Starting sample size %d',n)  
  
    for i=1:numsamples  
        x=gamrnd(b,a,1,n)+delta;  
        sk=skewness(x);  
        hq=hoggq(x);  
        if rem(i,1000) == 0 disp(i); end  
  
        icurr=1; jcurr=1;  
        istop=21; jstop=21;  
  
        while icurr < istop  
            if sk < skewlotail05(n/5,icurr)  
                istop = icurr;  
            elseif sk > skewuptail05(n/5,icurr)  
                istop = icurr;  
            end  
  
            icurr = icurr+1;
```

```

end

while jcurr < jstop
if hq < hqlotail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
elseif hq > hquptail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
end

jcurr=jcurr+1
end

Fail1=zeros(20,20);
Fail2=zeros(20,20);
Inc =zeros(20,20);

if istop < 21 Fail1(istop:20,:)=1;end
if jstop < 21 Fail2(:,jstop:20)=1;end

Inc=Fail1 | Fail2;
A(:,:,n/5)=A(:,:,n/5)+Inc;
end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);
end

A=A./numsamples;

save sigtable05 A;
file1=fopen('sigtable05.txt','w');

format='%.3f %.3f %.3f %.3f %.3f %.3f %.3f
%.3f %.3f %.3f %.3f %.3f %.3f %.3f
%.3f %.3f %.3f %.3f %.3f \\\hline \n';

fprintf(file1,'Table for Shape=%d \n',beta);
for n=5:5:50
fprintf(file1,'Significance levels for sample size %2d
\n',n);
fprintf(file1,format,A(:,:,n/5));
fprintf(file1,'\n \n');
end

fclose(file1);
disp('Done:File saved.')

```

F.3 Sequential Test - $H_0: \text{Gamma}(0.5)$ $H_a: \text{Beta}(1,1)$

```
a=1;  
b=1;  
  
numsamples = 40000;  
  
load hqcrit05;  
load skewcrit05;  
  
A = zeros(20,20,10);  
n=5;  
step=5;  
  
while n < 51  
  
    sprintf('Starting sample size %d',n)  
  
    for i = 1:numsamples  
        x = betarnd(a,b,1,n);  
        sk = skewness(x);  
        hq = hoggq(x);  
        if rem(i,1000) == 0 disp(i); end  
  
        icurr = 1;  
        jcurr = 1;  
        istop = 21;  
        jstop = 21;  
  
        while icurr < istop  
            if sk < skewlotail05(n/5,icurr)  
                istop = icurr;  
            elseif sk > skewuptail05(n/5,icurr)  
                istop = icurr;  
            end  
  
            icurr = icurr + 1;  
        end  
  
        while jcurr < jstop  
            if hq < hqlotail05(n/5,jcurr)  
                jstop = jcurr;  
            elseif hq > hquptail05(n/5,jcurr)
```

```

jstop = jcurr;
end

jcurr = jcurr + 1;
end

Fail1 = zeros(20,20);
Fail2 = zeros(20,20);
Inc   = zeros(20,20);

if istop < 21 Fail1(istop:20,:) = 1; end
if jstop < 21 Fail2(:,jstop:20) = 1; end

Inc=Fail1 | Fail2;
A(:,:,:n/5) = A(:,:,:n/5) + Inc;

end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);

if n == 30
  step = 20
end

n=n+step;

`end

A = A./numsamples;

save pwrbeta0511 A;

file1 = fopen('pwrbeta0511.txt', 'w');

cols=[0.01:0.01:0.2];

format = ' %3.2f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
\cline{2-22}
\n';

heading = '          0.01    0.02    0.03    0.04    0.05    0.06
0.07    0.08    0.09    0.10    0.11    0.12    0.13    0.14
0.15    0.16    0.17    0.18    0.19    0.20  \hline \hline
\n';

```

```

fprintf(file1,'Power Study: H0: Gamma(1,0.5) H1: Beta(1,1)
\n');
for n=5:5:50
fprintf(file1,'Powers for sample size %2d \n',n);
fprintf(file1,heading);
table=[cols',A(:,:,n/5)];
fprintf(file1,format,table');
fprintf(file1,' \n \n');
end

fclose(file1);
disp('Done: File saved.')

```

F.4.1 Individual Skewness Test (Two-Sided) Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

```

a=1;
b=1;

numsamples = 40000;

load skewcrit05;

A = zeros(20,20,10);
n=5;
step=5;

while n < 51

sprintf('Starting sample size %d',n)

for i = 1:numsamples
x = betarnd(a,b,1,n);

sk = skewness(x);
if rem(i,1000) == 0 disp(i); end

icurr = 1;
jcurr = 1;
istop = 21;
jstop = 21;

```

```

while jcurr < jstop
if sk < skewlotail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
elseif sk > skewuptail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
end

jcurr = jcurr + 1;
end

Fail1 = zeros(20,20);

Inc    = zeros(20,20);

if istop < 21 Fail1(istop:20,:) = 1; end
if jstop < 21 Fail1(jstop:20,:) = 1; end

Inc=Fail1;
A(:,:,n/5) = A(:,:,n/5) + Inc;

end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);

if n == 30
step = 20
end

n=n+step;

end

A = A./numsamples;

save pwrskbeta0511 A;

file1 = fopen('pwrskbeta0511.txt', 'w');

cols=[0.01:0.01:0.2];

format = ' %3.2f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  \\cline{2-22}
\n';

```

```

heading = '      0.01   0.02   0.03   0.04   0.05   0.06
0.07   0.08   0.09   0.10   0.11   0.12   0.13   0.14
0.15   0.16   0.17   0.18   0.19   0.20   \\hline \n';

fprintf(file1,'Power Study: H0: Gamma(1,0.5)  H1:
skBeta(1,1) \n');
for n=5:5:50
fprintf(file1,'Powers for sample size %2d \n',n);
fprintf(file1,heading);
table=[cols',A(:,:,n/5)];
fprintf(file1,format,table');
fprintf(file1,'\\n \\n');
end

fclose(file1);
disp('Done: File saved.')

```

F.4.2 Individual Q-statistic Test (Two-Sided) Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

```

a=1;
b=1;

numsamples = 40000;

load hqcrit05;

A = zeros(20,20,10);
n=5;
step=5;

while n < 51

sprintf('Starting sample size %d',n)

for i = 1:numsamples
x = betarnd(a,b,1,n);

hq = hoggq(x);
if rem(i,1000) == 0 disp(i); end

```

```

icurr = 1;
jcurr = 1;
istop = 21;
jstop = 21;

while jcurr < jstop
if hq < hqlotail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
elseif hq > hquptail05(n/5,jcurr)
jstop = jcurr;
end

jcurr = jcurr + 1;
end

Faill = zeros(20,20);

Inc = zeros(20,20);

if istop < 21 Faill(istop:20,:) = 1; end
if jstop < 21 Faill(jstop:20,:) = 1; end

Inc=Faill;
A(:,:n/5) = A(:,:n/5) + Inc;

end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);

if n == 30
step = 20
end

n=n+step;

end

A = A./numsamples;

save pwrhqbetal0511 A;

file1 = fopen('pwrhqbetal0511.txt', 'w');

cols=[0.01:0.01:0.2];

```

```

format = ' %3.2f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f
%4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  \\cline{2-22}
\n';

heading = '          0.01    0.02    0.03    0.04    0.05    0.06
0.07    0.08    0.09    0.10    0.11    0.12    0.13    0.14
0.15    0.16    0.17    0.18    0.19    0.20  \\hline \\hline
\n';

fprintf(file1,'Power Study: H0: Gamma(1,0.5)   H1:
hqBeta(1,1) \n');
for n=5:5:50
fprintf(file1,'Powers for sample size %2d \n',n);
fprintf(file1,heading);
table=[cols',A(:,:,n/5)];
fprintf(file1,format,table');
fprintf(file1,'\n \n');
end

fclose(file1);
disp('Done: File saved.')

```

F.5.1 Directional Skewness Test (One-Sided) - Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

```

a=1;
b=1;

numsamples = 40000;

rand('seed',32033);

load skewcrit05;

A = zeros(10,20);

n=5;
step=5;

while n < 51

sprintf('Starting sample size %d',n)

```

```

for i = 1:numsamples

x = betarnd(a,b,1,n);

sk = skewness(x);
if rem(i,1000) == 0 disp(i);
end

jcurr= 1;
jstop= 21;
jindex= 0;

while jcurr < jstop

if jcurr <= 10
    jindex = jcurr*2;
else
    jindex = jcurr +10;
end;

if sk < skewlotail05(n/5,jindex)
jstop = jcurr;
end

jcurr = jcurr + 1;

end

Fail = zeros(1,20);

if jstop < 21
Fail(1,jstop:20) = 1;
end

A(n/5,:) = A(n/5,:) + Fail;

end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);

if n == 30
    step = 20;
end

n = n + step;
end

```

```

A = A./numsamples;

save pwroneeskbeta0511 A;

file1 = fopen('pwrpwroneeskbeta0511.txt', 'w');

format = ' %2d  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f \\  \n';

heading = 'Size 0.01    0.05    0.10    0.15    0.20 \\ \\hline
\n';

fprintf(file1,'Power Study: Lower Tail skewness Test -- Ho:
Gamma(1,0.5) H1: Beta(1,1) \n');

fprintf(file1,heading);

for n=5:5:50

row=[n,A(n/5,[1 5 10 15 20])];
fprintf(file1,format,row);
fprintf(file1,'\\n \\n');
end

fclose(file1);
disp('Done: File saved.')

```

F.5.2 Directional Q-statistic Test (One-Sided) - Ho: Gamma (0.5) Ha: Beta (1,1)

```

a=1;
b=1;

numsamples = 40000;

rand('seed',32069);

load hqcrit05;

A = zeros(10,20);

n=5;

```

```

step=5;

while n < 51

sprintf('Starting sample size %d',n)

for i = 1:numsamples

x = betarnd(a,b,1,n);

hq = hoggq(x);
if rem(i,1000) == 0 disp(i);
end

jcurr= 1;
jstop= 21;
jindex= 0;

while jcurr < jstop

if jcurr <= 10
    jindex = jcurr*2;
else
    jindex = jcurr +10;
end;

if hq < hqlotail05(n/5,jindex)
jstop = jcurr;
end

jcurr = jcurr + 1;

end

Fail = zeros(1,20);

if jstop < 21
Fail(1,jstop:20) = 1;
end

A(n/5,:) = A(n/5,:) + Fail;

end

sprintf('Finished sample size %d -- going to next.\n',n);

```

```

if n == 30
    step = 20;
end

n = n + step;
end

A = A./numsamples;

save pwronehqb0511 A;

file1 = fopen('pwrpwronehqb0511.txt', 'w');

format = ' %2d  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f  %4.3f \\  \n';

heading = 'Size 0.01    0.05    0.10    0.15    0.20 \\ \\hline
\n';

fprintf(file1,'Power Study: Lower Tail Q-Statistic Test --
Ho: Gamma(1,0.5) H1: Beta(1,1) \n');

fprintf(file1,heading);

for n=5:5:50

row=[n,A(n/5,[1 5 10 15 20])];
fprintf(file1,format,row);
fprintf(file1,'\\n \\n');
end

fclose(file1);
disp('Done: File saved.')

```

Bibliography

1. Banks, Jerry, John S. Carson II, and Nelson, Barry L. "*Discrete-Event System Simulation*" Second Edition. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1996.
2. Clough, Jonathan C. "*A New Sequential Goodness of Fit Test for the Three Parameter Weibull Distribution with Known Shape Based on Skewness and Kurtosis*". MS thesis AFIT/GOA/ENC/98M-1, School of Engineering, Air Force Institute of Technology (AU), Wright-Patterson AFB, OH, 1998.
3. Curry, Thomas F. "*Adaptive Robust Estimation of Location and Scale Parameters*" MS thesis, AFIT/GOR/MA/77D-3, School of Engineering, Air Force Institute of Technology (AU), Wright-Patterson AFB, OH, 1977.
4. D'Agostino, Ralph B., Austin F. S. Lee. "*Robustness of Location Estimators Under Changes of Population Kurtosis*" Journal of the American Statistical Association, Vol.72. 1976.
5. D'Agostino, Ralph B. and Michael A. Stephens. "*Goodness-of-Fit Techniques*" OMARCEL DEKKER, INC. 1986.
6. Deutsch, Ralph." *Estimation Theory*" Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice-Hall, Inc. 1965.
7. Devore, Jay L. "*Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*" Fourth edition. Duxbury Press. 1995.
8. Ghosh, B. K. "*Sequential Tests of Statistical Hypotheses*" Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1970.
9. Harnett, Donald L. "*Statistical Methods (Third Edition)*". Indiana University. Addison-Wesley Publishing Company. 1982.

10. Harter, H. Leon. "*Another Look at Plotting Positions*" Communications in Statistics. -Theory and Methods. Vol.13, 1984.
11. Harter, H. Leon, Albert H. Moore, and Thomas F. Curry. "*Adaptive Robust Estimation of Location and Scale Parameters of Symmetric Populations*" Technical Report AFFDL-TR-78-128. September 1978.
12. Hogg, Robert V. "*More Light on the Kurtosis and Related Statistics*" Journal of the American Statistical Association, Vol. 67. 1972.
13. Law, Averill M and W. David Kelton. "*Simulation Modeling And Analysis*" McGraw-Hill, Inc. 1982.
14. Mendenhall, William, Dennis D. Wackerly, and Scheaffer, Richard L. "*Mathematical Statistics with Applications*" PWS-KENT Publishing Company. Boston.
15. Neter, John, Michael H. Kutner, Christopher J. Nachtsheim, and William Wasserman. "*Applied Linear Statistical Models*" Richard D. Irwin, Inc., 1996.
16. Olkin, Ingram, Leon J, Gleser, and Cyrus Derman. "*Probability Models and Applications*" Macmillan College Publishing Company, Inc. 1994.
17. Onen, Bora H. "*Several Modified Goodness-of-fit Tests for the Cauchy Distribution with Unknown Scale and Location Parameters*" MS thesis, AFIT/GOR/ENS/94M-09, School of Engineering, Air Force Institute of Technology (AU), Wright-Patterson AFB, OH, 1994.

18. Ozmen, Tamer. "A modified Anderson-Darling Goodness-of-Fit Test for the Gamma Distribution with Unknown Scale and Location Parameters" MS thesis, AFIT/GOR/ENS/93M-24, School of Engineering, Air Force Institute of Technology (AU), Wright-Patterson AFB, OH, 1993.
19. Royston, P. "Which Measures of Skewness and Kurtosis are Best?" Statistics in Medicine. 11(3). 1992.
20. Scheaffer, Richard L. "Introduction to Probability and Its Applications." PWS-KENT Publishing Company. Boston. 1990.
21. Shooman, Martin L. "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach" Robert E. Kreger Publishing Company, 1990.
22. Soong, T. T. "An Extension of the Moment Method in Statistical Estimation" SIAM Journal of Applied Mathematics, 17. 1969.
23. Viviano, Philip J. "A Modified Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, and Cramer-Von Mises Test for the Gamma Distribution with Unknown Location and Scale Parameters" MS thesis, AFIT/GOR/MA/82D-4, School of Engineering, Air Force Institute of Technology (AU), Wright-Patterson AFB, OH, 1982.

REPORT DOCUMENTATION PAGE

Form Approved
OMB No. 0704-0188

Public reporting burden for this collection of information is estimated to average 1 hour per response, including the time for reviewing instructions, searching existing data sources, gathering and maintaining the data needed, and completing and reviewing the collection of information. Send comments regarding this burden estimate or any other aspect of this collection of information, including suggestions for reducing this burden, to Washington Headquarters Services, Directorate for Information Operations and Reports, 1215 Jefferson Davis Highway, Suite 1204, Arlington, VA 22202-4302, and to the Office of Management and Budget, Paperwork Reduction Project (0704-0188), Washington, DC 20503.

1. AGENCY USE ONLY (Leave blank)			2. REPORT DATE	3. REPORT TYPE AND DATES COVERED
			March 99	Master's Thesis
4. TITLE AND SUBTITLE			5. FUNDING NUMBERS	
A NEW SEQUENTIAL GOODNES-OF-FIT TEST FOR A FAMILY OF TWO PARAMETER GAMMA DISTRIBUTIONS WITH KNOWN SHAPE BASED ON SKEWNESS AND Q-STATISTIC				
6. AUTHOR(S)				
Jae Suk Park, Major, R.O.K.AF				
7. PERFORMING ORGANIZATION NAME(S) AND ADDRESS(ES)			8. PERFORMING ORGANIZATION REPORT NUMBER	
Air Force Institute of Technology 2750 P Street WPAFB OH 45433-7765			AFIT/GOR/ENC/99M-03	
9. SPONSORING/MONITORING AGENCY NAME(S) AND ADDRESS(ES)			10. SPONSORING/MONITORING AGENCY REPORT NUMBER	
LtCol Ken Bruner HQ AFOTEC/TSE 8500 Gibson Blvd SE Kirtland AFB, NM 87117				
11. SUPPLEMENTARY NOTES				
12a. DISTRIBUTION AVAILABILITY STATEMENT			12b. DISTRIBUTION CODE	
Approved for public release; distribution unlimited				
13. ABSTRACT (Maximum 200 words) The objective of this research is to develop a new goodness-of-fit test for the gamma distribution. The gamma distribution is widely used for reliability and failure time estimations in the real world. Several methods to measure the fit of data to a hypothesized distribution are commonly used such as the chi-squared test, and Anderson-Darling test. The most important aspect of these tests is how well the results reflect the distribution family. This research will use the sequential test with skewness and Q-statistic as test statistics for fitting a gamma distribution. The main idea of a sequential test is that the power of test will be greater than the power of the individual tests. The critical values and significance levels will be created using Monte Carlo simulation. Various power studies against different alternative distributions will be compared to validate the power of the sequential tests.				
14. SUBJECT TERMS			15. NUMBER OF PAGES	
Goodness-of-fit, Gamma Distribution, Sequential Test, Skewness and Q-statistic			207	
			16. PRICE CODE	
17. SECURITY CLASSIFICATION OF REPORT	18. SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE	19. SECURITY CLASSIFICATION OF ABSTRACT	20. LIMITATION OF ABSTRACT	
UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UNCLASSIFIED	UL	